

经全国中小学教材审定委员会

2003年初审通过

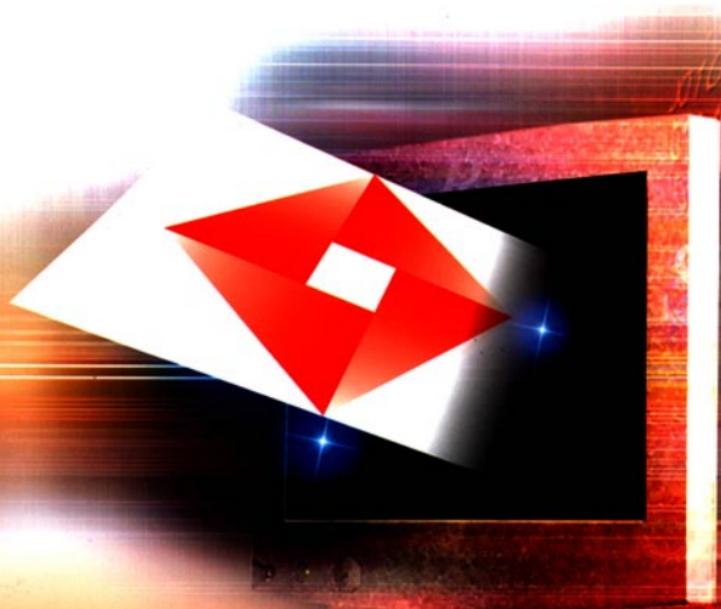
义务教育课程标准实验教科书

# 数学

SHUXUE

七年级 上册

课程教材研究所 编著  
中学数学课程教材研究开发中心



人民教育出版社

义务教育课程标准实验教科书

# 数 学

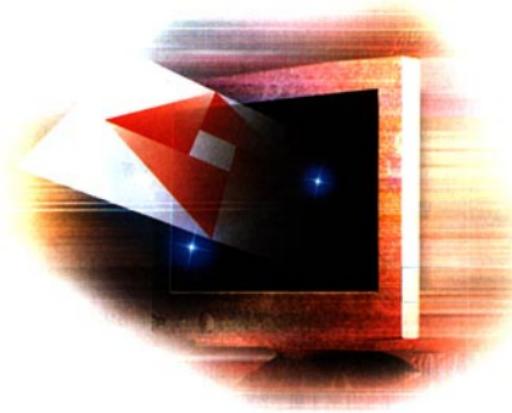
---

SHUXUE

---

七年级 上册

课 程 教 材 研 究 所 编著  
中学数学课程教材研究开发中心



人 民 教 育 出 版 社



义务教育课程标准实验教科书  
**数学**  
七年级 上册  
课 程 教 材 研 究 所 编著  
中学数学课程教材研究开发中心

人民教育出版社出版发行  
(北京沙滩后街 55 号 邮编:100009)  
网址: <http://www.pep.com.cn>  
人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销

开本: 787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张: 11.75 字数: 176 000  
2004 年 4 月第 1 版 2004 年 4 月第 1 次印刷  
ISBN 7-107-17484-3 定价: 11.85 元  
著作权所有 · 请勿擅用本书制作各类出版物 · 违者必究  
如发现印、装质量问题, 影响阅读, 请与出版社联系调换。  
(联系地址: 北京市方庄小区芳城园三区 13 号楼 邮编: 100078)

主 编：林 群

副 主 编：田载今 薛 彬

本册主编：李海东

主要编者：孔令颐 田载今 张劲松 李海东 左怀玲

责任编辑：左怀玲

美术编辑：王俊宏 刘 昶

封面设计：林荣桓

# 主编的话

亲爱的同学，欢迎你使用这套义务教育七~九年级数学教科书，希望它能成为你学习数学的好朋友。

你已经学习了许多数学知识，其中有数量方面的，例如整数、分数等；也有图形方面的，例如三角形、四边形、圆等。数和形是数学王国的两大组成部分，这个王国有广阔的国土，丰富的资源，你已经学习的知识和通过本套书将要学习的内容，只是数学王国中很小很小的一部分，但是它们是非常重要的基础内容。

为什么要学习数学呢？一方面，数学是重要的基础科学，是通向科学大门的金钥匙，物理学、化学、生物学、经济学、军事学……都越来越需要数学。马克思说：“一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到了真正完善的地步。”数学也是应用技术、生产建设、日常生活中不可缺少的重要工具。“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，数学无处不在。”另一方面，数学是锻炼思维的体操，学习数学可以使你思考问题时更合乎逻辑、更有条理、更严密精确、更深入简洁，更善于创新……总之，数学对于提高你的素质有重要作用。

这套教科书有以下特色：

## 一、承上启下，立足发展

数学的发展源远流长，人们对它的认识永无止境。这套书力求成为一面“镜子”，返璞归真地反映知识的来龙去脉和思想方法的深刻内涵，不仅引导你现在的学习，而且对你今后的学习有所启示。书中既有像“几何的起源”“代数的故事”这种历史资料，使你了解所学内容的背景；又有揭示初等数学与高等数学联系的内容，为你后续学习作些铺垫。



## 二、体现过程，反映规律

认识首先是粗略的、定性的、直观的，然后才是精确的、定量的、抽象的。例如，当你感觉到“人很多”“天很热”“月亮很圆”时，会进而想到“有多少人？”“气温是多少度？”“怎样描述圆？”以及相关的各种问题。学习数学是循序渐进、由表及里、逐步深入的过程，粗略、定性和直观的认识往往是创新和发明的火种。这套书力求在重视知识结论的同时，体现数学学习的过程和规律。从能启发你粗略、定性、直观认识的问题说起，通过“观察”“思考”“探究”“讨论”“归纳”等，逐步引导出精确、定量、抽象的认识。

## 三、注重基础，突出重点

现代社会要求你具有相应的基本数学素养，初中数学课程应更着重于基础性、普遍性、通用性的内容，而不强调某些特殊的技巧。这套书力求注重基础，突出重点。例如，强调解方程中的化归思想，以及消元、配方、降次等基本方法；用框图方式分析问题，体现程序化、机械化、算法化的思维方式；习题设计“复习巩固”“综合运用”“拓广探索”等不同层次。

我们期盼这套书能有益于你，并愿意继续改进它，使其更好地为你服务。

亲爱的同学，未来的世界等待你们去建设，科学的高峰等待你们去攀登，千里之行，始于足下，预祝你在新的学习征途上不断奋进！



# 本册导引

欢迎你，亲爱的小伙伴，祝贺你升入七年级，成为一名中学生！

你将要学习的这本书是我们根据《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》编写的实验教科书，这是你在七~九年级要学习的六册数学教科书中的第一册。

在这册书中，你将乘坐“观察”“思考”“探究”“讨论”“归纳”之舟，从身边实际问题出发，在数学的海洋里乘风破浪，去探索、发现数学的奥秘；你还要用学到的本领去解决“复习巩固”“综合运用”“拓广探索”等不同层次的问题；你可以有选择地进行“数学活动”；如果有兴趣，你还可以到“阅读与思考”“观察与猜想”“实验与探究”“信息技术应用”这些选学内容中去看看更广阔的数学世界。通过探索、尝试，相信你的聪明才智会得到充分的发挥，你用数学解决问题的能力会迈上一个新的台阶。

现在，让我们启航，一起去遨游七年级上册这片数学海域吧！

你每天都收看天气预报吗？你知道怎样表示零下的气温吗？这就需要用到一种新的数——负数。负数也是数学大家庭中重要的成员。在“**有理数**”中，我们所了解的数将扩充到更大的范围，你可以进行像“ $1-2$ ”这样的以前不能做的运算，你还会发现许多问题的解决变得方便而简单。



在生活中你会遇到很多实际问题，比如计算路程、选择购物方案、合理分配任务等，“**一元一次方程**”将给你提供解决这些问题的一种数学工具。通过分析问题中的数量关系，并利用其中的相等关系列出方程，实际问题就转化为数学问题，从而通过数学问题来解决实际问题。这是解决问题的一种常用方法，相信你一定能掌握。

“**图形认识初步**”将带你进一步欣赏丰富多彩的图形世界。在这里，你会看到许多立体图形与平面图形，了解它们之间的关系，并通过线段和角认识一些简单的图形。学习了本章，你会认识更多的图形，发现它们广阔的应用。

对“统计”这个词，你早就与它打交道了。“**数据的收集与整理**”将给你提供更多自己动手的机会。通过讨论如何处理废电池等问题，你将初步经历一个收集、整理、描述、分析数据的过程，并初步体验合理地进行推断和预测。学习了本章，你会高兴地说：“我能更好地用统计数据说话啦！”

数学伴着我们成长、数学伴着我们进步、数学伴着我们成功，让我们一起随着这本书，畅游神奇、美妙的数学世界吧！



# 目 录

## 第一 章 有理数 ..... 2

1.1 正数和负数 ..... 4



阅读与思考

用正负数表示加工允许误差 ..... 8

1.2 有理数 ..... 9

1.3 有理数的加减法 ..... 20



实验与探究

填幻方 ..... 25



阅读与思考

中国人最先使用负数 ..... 34

1.4 有理数的乘除法 ..... 36



观察与猜想

王牌游戏中的数学道理 ..... 48

1.5 有理数的乘方 ..... 49



阅读与思考

关于淡水量的计算与思考 ..... 58

数学活动 ..... 59

小结 ..... 61

复习题 1 ..... 62

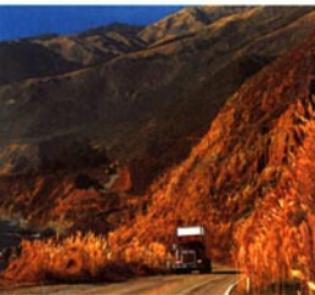
## 第二 章 一元一次方程 ..... 64

2.1 从算式到方程 ..... 66



阅读与思考

数字 1 与字母 X 的对话 ..... 70



## 阅读与思考

“代数”的故事 ..... 75

2.2	从古老的代数书说起 ——一元一次方程的讨论(1)	76
2.3	从“买布问题”说起 ——一元一次方程的讨论(2)	84
2.4	再探实际问题与一元一次方程	93
信息技术应用		
	电子表格与数据计算	99
	数学活动	100
	小结	102
	复习题2	103

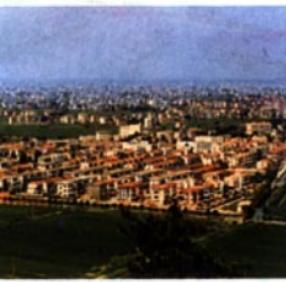
### 第三章 图形认识初步 ..... 106



## 实验与探究

七桥问题与一笔画 ..... 119

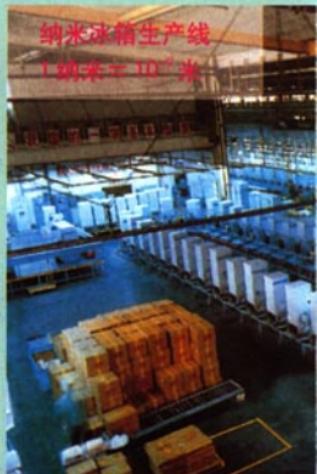
3.1	多姿多彩的图形	108
实验与探究		
	七桥问题与一笔画	119
3.2	直线、射线、线段	121
阅读与思考		
	长度的测量	127
3.3	角的度量	129
3.4	角的比较与运算	134
	数学活动	141
	小结	144
	复习题3	145

第四章 数据的收集与整理 ..... 150

4.1 喜爱哪种动物的同学最多	150
—— 全面调查举例	152
 阅读与思考	
你了解人口普查工作吗	157
4.2 调查中小学生的视力情况	158
—— 抽样调查举例	158
 实验与探究	
瓶子中有多少粒豆子	165
4.3 课题学习 调查“你怎样处理废电池？”	166
数学活动	169
小结	171
复习题 4	172

## 部分中英文词汇索引 ..... 174

# 第一章 有理数



5.1

长方形周长和面积



	红队	黄队	蓝队	积分	净胜球
红队	4:1	0:1	3	2	
黄队	1:4	/	1:0	3	-2
蓝队	1:0	0:1	/	3	0

# 1

- 1.1 正数和负数
- 1.2 有理数
- 1.3 有理数的加减法
- 1.4 有理数的乘除法
- 1.5 有理数的乘方



在生活、生产、科研中，经常遇到数的表示与数的运算的问题。例如，

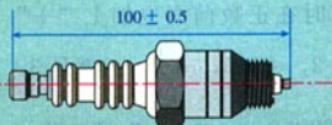
(1) 天气预报 2003 年 11 月某天北京的温度为  $-3\text{--}3^{\circ}\text{C}$ ，它的确切含义是什么？这一天北京的温差是多少？

(2) 有三个队参加的足球比赛中，红队胜黄队 (4:1)，黄队胜蓝队 (1:0)，蓝队胜红队 (1:0)，如何确定三个队的净胜球数与排名顺序？

(3) 某机器零件的长度设计为 100 mm，加工图纸标注的尺寸为  $100 \pm 0.5$  (mm)，这里的  $\pm 0.5$  代表什么意思？合格产品的长度范围是多少？

(4) 纳米是一种非常小的长度单位，它与长度单位“米”的关系为 1 纳米 =  $10^{-9}$  米，应怎样理解这种记数法的表示？

上面的例子涉及 “ $3 - (-3) = ?$ ” 等新问题，通过本章的学习，我们将认识一种新的数——负数，并在有理数的范围内研究数的表示、大小比较与运算等，提高运用数学解决问题的能力。



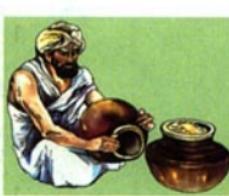
# 1.1

## 正数和负数

数的产生和发展离不开生活和生产的需要.



由记数、排序，产  
生数  $1, 2, 3, \dots$



由表示“没有”“空  
位”，产生数 0

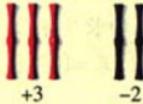


由分物、测量，产  
生分数  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$

图 1.1-1

这些数中哪些  
数的形式与以前学  
习的数有区别？

中国古代用算  
筹（表示数的工  
具）进行计算，红  
色算筹表示正数，  
黑色算筹表示负数。



章前图中表示温度、净胜球数、加工允许误差时，用到数  $-3, 3, 2, -2, 0, +0.5, -0.5$ .

这里出现了一种新数： $-3, -2, -0.5$ . 在前面的实际问题中它们分别表示：零下 3 摄氏度，净输 2 球，小于设计尺寸 0.5 mm. 像  $-3, -2, -0.5$  这样的数（即在以前学过的 0 以外的数前面加上负号 “-” 的数）叫做**负数** (negative number). 而  $3, 2, +0.5$  在问题中分别表示零上 3 摄氏度，净胜 2 球，大于设计尺寸 0.5 mm，它们与负数具有相反的意义. 我们把这样的数（即以前学过的 0 以外的数）叫做**正数** (positive number). 根据需要，有时在正数前面也加上 “+”（正）号. 例如， $+3, +2, +0.5, +\frac{1}{3}, \dots$  就是  $3, 2, 0.5, \frac{1}{3}, \dots$ . 一个数前面的 “+” “-” 号叫做它的符号.

数 0 既不是正数，也不是负数.

把 0 以外的数分为正数和负数，起源于表示两种

0是正数与负数的分界。0℃是一个确定的温度，海拔0表示海平面的平均高度。0的意义已不仅是表示“没有”。

相反意义的量，后来正数和负数在许多方面被广泛地应用。在地形图上表示某地的高度时，需要以海平面为基准（规定海平面的海拔高度为0），通常用正数表示高于海平面的某地的海拔高度，负数表示低于海平面的某地的海拔高度。例如，珠穆朗玛峰的海拔高度为8848 m，吐鲁番盆地的海拔高度为-155 m。记录账目时，通常用正数表示收入款额，负数表示支出款额。

你能再举一些用正负数表示数量的实际例子吗？

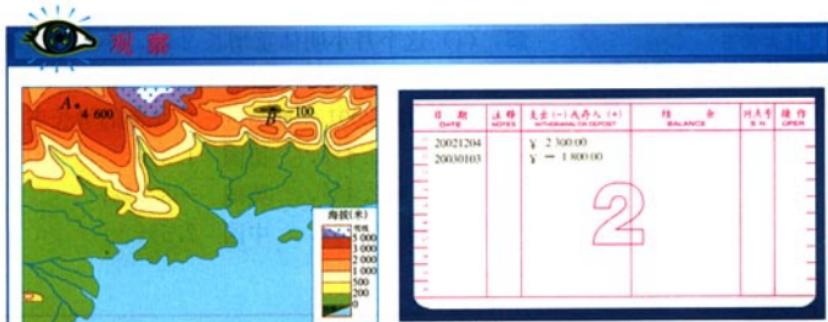


图 1.1-2

图 1.1-3

解释上面图中的正数和负数的含义。

### 练习

1. 读下列各数，并指出其中哪些是正数，哪些是负数。

$$-1, 2.5, +\frac{4}{3}, 0, -3.14, 120, -1.732, -\frac{2}{7}$$

2. 如果80 m表示向东走80 m，那么-60 m表示\_\_\_\_\_。

3. 如果水位升高3 m时水位变化记作+3 m，那么水位下降3 m时水位变化记作\_\_\_\_\_ m，水位不升不降时水位变化记作\_\_\_\_\_ m。

4. 月球表面的白天平均温度零上126℃，记作\_\_\_\_\_℃，夜间平均温度零下150℃，记作\_\_\_\_\_℃。



“负”与“正”相对. 增长 $-1$ , 就是减少 $1$ ; 增长 $-6.4\%$ , 是什么意思?

什么情况下增长率是 $0\%$ ?

**例** (1) 一个月内, 小明体重增加 $2\text{ kg}$ , 小华体重减少 $1\text{ kg}$ , 小强体重无变化, 写出他们这个月的体重增长值;

(2) 2001年下列国家的商品进出口总额比上年的变化情况是:

美国减少 $6.4\%$ , 德国增长 $1.3\%$ ,

法国减少 $2.4\%$ , 英国减少 $3.5\%$ ,

意大利增长 $0.2\%$ , 中国增长 $7.5\%$ .

写出这些国家2001年商品进出口总额的增长率.

**解:** (1) 这个月小明体重增长 $2\text{ kg}$ , 小华体重增长 $-1\text{ kg}$ , 小强体重增长 $0\text{ kg}$ .

(2) 六个国家2001年商品进出口总额的增长率:

美国  $-6.4\%$ , 德国  $1.3\%$ ,

法国  $-2.4\%$ , 英国  $-3.5\%$ ,

意大利  $0.2\%$ , 中国  $7.5\%$ .

## 归纳

在同一个问题中, 分别用正数与负数表示的量具有\_\_\_\_\_的意义.

### 练习

1990~1995年下列国家年平均森林面积(单位: 千米<sup>2</sup>) 的变化情况是:

中国减少 $866$ , 印度增长 $72$ ,

韩国减少 $130$ , 新西兰增长 $434$ ,

泰国减少 $3294$ , 孟加拉减少 $88$ .

(1) 用正数和负数表示这六国1990~1995年年平均森林面积增长量;

(2) 如何表示森林面积减少量, 所得结果与增长量有什么关系?



## 习题1.1

### 复习巩固

1. 下面各数哪些是正数，哪些是负数？哪些是正整数，哪些是负整数？哪些是正分数（小数），哪些是负分数（小数）？

5,  $-\frac{5}{7}$ , 0, 0.56, -3, -25.8,  $\frac{12}{5}$ , -0.0001, +2, -600.

2. 某蓄水池的标准水位记为 0 m, 如果用正数表示水面高于标准水位的高度, 那么:
- 0.08 m 和 -0.2 m 各表示什么?
  - 水面低于标准水位 0.1 m 和高于标准水位 0.23 m 各怎样表示?
3. “不是正数的数一定是负数, 不是负数的数一定是正数”的说法对吗?

### 综合运用

4. 如果把一个物体向后移动 5 m 记作移动 -5 m, 那么这个物体又移动 +5 m 是什么意思? 这时物体离它两次移动前的位置多远?
5. 请你用带刻度的尺子量桌子的边, 并将边长超出 1 m 的部分用正数表示, 不足 1 m 的部分用负数表示.
6. 科学试验表明原子中的原子核与电子所带电荷是两种相反的电荷, 物理学规定原子核所带电荷为正电荷, 氢原子中的原子核与电子各带 1 个电荷, 把它们所带电荷用正数和负数表示出来.



(第 5 题)

### 拓广探索

7. 某地一天中午 12 时的气温是 7 ℃, 过 5 小时气温下降了 4 ℃, 又过 7 小时气温又下降了 4 ℃, 第二天 0 时的气温是多少?
8. 21 世纪第一年一些国家的服务出口额比上年的增长率如下:

美国	德国	英国	中国	日本	意大利
-3.4%	-0.9%	-5.3%	2.8%	-7.3%	7.0%

这一年这六国中哪些国家的服务出口额增长了, 哪些国家的服务出口额减少了, 哪国增长率最高? 哪国增长率最低?



## 用正负数表示加工允许误差

现代工业生产中，对产品的尺寸、重量等都设计了标准规格。但是，一般在实际加工中，每个产品不可能都做得与标准规格完全一样。通常在某个范围内，只要不影响使用，产品比标准规格稍大一点，或稍小一点，都属于合格品，而超出这个范围的产品就是不合格的了。

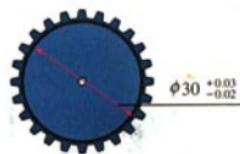
在生产和检验产品时，怎样掌握合格品的尺度呢？

通常在生产图纸上，对每个产品的合格范围有明确的规定。例如，图纸上注明一个零件的直径是 $\varnothing 30^{+0.03}_{-0.02}$ 时， $\varnothing$ 表示直径，单位是毫米（mm）。这样标注表示零件直径的标准尺寸是30 mm，实际产品的直径最大可以是 $(30 + 0.03)$ mm，

最小可以是 $(30 - 0.02)$ mm，在这个范围内的产品都是合格的。如果生产了一个零件的直径是29.97 mm，它合格吗？这里的 $^{+0.03}_{-0.02}$ 给出了允许误差的大小。允许误差一般用正负数的形式写出。

生活中也有用正负数表示范围的情形，例如某种药品的说明书上标明保存温度是 $20 \pm 2(^{\circ}\text{C})$ ，由此可知在 $\underline{\quad} \sim \overline{\quad}$ ℃范围内保存才合适。

你还能举出用正负数表示某个范围的其他例子吗？



目前世界上最精确的钟——NIST F-1 原子钟（这是它的平面结构），在 2 000 万年的时间内，它的误差在±1 秒内。你了解它的精确程度吗？

# 1.2

## 有理数

### 1.2.1 有理数

#### 思考

你所知道的数可以分成哪些种类？你是按照什么划分的？

所有正整数  
组成正整数集合，所有负整数  
组成负整数集合。

我们学过的数有：

正整数，如 $1, 2, 3, \dots$ ；

零， $0$ ；

负整数，如 $-1, -2, -3, \dots$ ；

正分数，如 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{15}{7}, 0.1, 5.32, \dots$ ；

负分数，如 $-0.5, -\frac{5}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{7}, -150.25, \dots$

#### 思考

$0.1, -0.5, 5.32, -150.25$  等为什么被列为分数？

rational number  
原意为可写成两个整数的比的数。例如，分数 $\frac{2}{3}$ 是 $2$ 与 $3$ 的比；整数 $5$ 可以看作分母为 $1$ 的分数 $\frac{5}{1}$ 。 $1.5$ 可以看作哪两个整数的比？

正整数、 $0$ 、负整数统称**整数** (integer)，正分数和负分数统称**分数** (fraction)。

整数和分数统称**有理数** (rational number)。

### 练习

把下列各数填入它所属于的集合的圈内：

$$15, -\frac{1}{9}, -5, \frac{2}{15}, -\frac{13}{8}, 0.1, -5.32, -80, 123, 2.333.$$



正整数集合



负整数集合



正分数集合



负分数集合



### 思 考

上面练习中四个集合合并在一起就是全体有理数的集合吗？

## 1.2.2 数轴

**问题** 在一条东西向的马路上，有一个汽车站，汽车站东 3 m 和 7.5 m 处分别有一棵柳树和一棵杨树，汽车站西 3 m 和 4.8 m 处分别有一棵槐树和一根电线杆，试画图表示这一情境。

如图 1.2-1，画一条直线表示马路，从左到右表示从西到东的方向，在直线上任取一个点 O 表示汽车站的位置，规定 1 个单位长度（线段 OA 的长）代表 1 m 长。于是，在点 O 右边，与点 O 距离 3 个和 7.5 个单

位长度的点  $B$  和点  $C$ , 分别表示柳树和杨树的位置; 点  $O$  左边, 与点  $O$  距离 3 个和 4.8 个单位长度的点  $D$  和点  $E$ , 分别表示槐树和电线杆的位置.



怎样用数简明地表示这些树、电线杆与汽车站的相对位置关系(方向、距离)?

为了使表达更清楚, 我们把点  $O$  左右两边的数分别用负数和正数表示.



图 1.2-1

—4.8 中的负号“—”与“4.8”各表示什么意思?

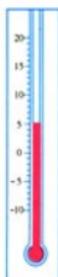


图 1.2-2

图 1.2-1 把正数、0 和负数用一条直线上的点表示出来.



图 1.2-2 中的温度计可以看作表示正数、0 和负数的直线吗? 它和图 1.2-1 有什么共同点, 有什么不同点?

一般地, 在数学中人们用画图的方式把数“直观化”. 通常用一条直线上的点表示数, 这条直线叫做**数轴**(number axis), 它满足以下要求:

(1) 在直线上任取一个点表示数 0, 这个点叫做原点(origin);

(2) 通常规定直线上从原点向右(或上)为正方向, 从原点向左(或下)为负方向;

(3) 选取适当的长度为单位长度, 直线上从原点向右, 每隔一个单位长度取一个点, 依次表示 1, 2, 3, …; 从原点向左, 用类似方法依次表示  $-1, -2, -3, \dots$  (图 1.2-3).

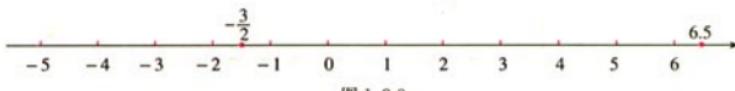


图 1.2-3

分数或小数也可以用数轴上的点表示, 例如从原点向右 6.5 个单位长度的点表示小数 6.5, 从原点向左  $\frac{3}{2}$  个单位长度的点表示分数  $-\frac{3}{2}$  (图 1.2-3).



一般地, 设  $a$  是一个正数, 则数轴上表示数  $a$  的点在原点的\_\_\_\_边, 与原点的距离是\_\_\_\_个单位长度; 表示数  $-a$  的点在原点的\_\_\_\_边, 与原点的距离是\_\_\_\_个单位长度.

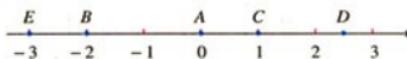
数轴的出现对数学的发展起了重要作用, 以它作基础, 很多数学问题都可以借助图直观地表示.

### 练习

1. 画出数轴并表示下列有理数:

$$1.5, -2, 2, -2.5, \frac{9}{2}, -\frac{2}{3}, 0.$$

2. 写出数轴上点 A, B, C, D, E 表示的数:



(第 2 题)

### 1.2.3 相反数

可以看出, 图 1.2-1 中  $D$ ,  $B$  两点虽然分别在原点的左边和右边, 但是它们与原点的距离都等于 3.



#### 思考

数轴上与原点的距离是 2 的点有 \_\_\_\_ 个, 这些点表示的数是 \_\_\_\_\_; 与原点的距离是 5 的点有 \_\_\_\_ 个, 这些点表示的数是 \_\_\_\_\_.

#### 归纳

一般地, 设  $a$  是一个正数, 数轴上与原点的距离是  $a$  的点有两个, 它们分别在原点左右, 表示  $-a$  和  $a$  (图 1.2-4), 我们说这两点关于原点对称.

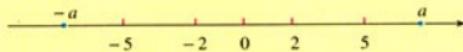


图 1.2-4

像 2 和  $-2$ , 5 和  $-5$  这样, 只有符号不同的两个数叫做互为 **相反数** (opposite number). 这就是说, 2 的相反数是  $-2$ ,  $-2$  的相反数是 2; 5 的相反数是  $-5$ ,  $-5$  的相反数是 5.

一般地,  $a$  和 \_\_\_\_ 互为相反数. 特别地, 0 的相反数仍是 0.



#### 思考

数轴上表示相反数的两个点和原点有什么关系?

### 练习

1. 写出下列各数的相反数:

$$6, -8, -3.9, \frac{5}{2}, -\frac{2}{11}, 100, 0.$$

2. 如果  $a = -a$ , 那么表示  $a$  的点在数轴上的什么位置?

容易看出, 在正数前面添上“-”号, 就得到这个正数的相反数. 在任意一个数前面添上“-”号, 新的数就表示原数的相反数. 例如,

$$-(+5) = -5, \quad -(-5) = +5, \quad -0 = 0.$$

### 练习

化简下列各数:

$$-(-68), \quad -(+0.75), \quad -\left(-\frac{3}{5}\right), \quad -(+3.8).$$

## 1.2.4 绝对值

两辆汽车从同一处  $O$  出发, 分别向东、西方向行驶  $10 \text{ km}$ , 到达  $A$ 、 $B$  两处 (图 1.2-5). 它们的行驶路线相同吗? 它们行驶路程的远近 (线段  $OA$ ,  $OB$  的长度) 相同吗?

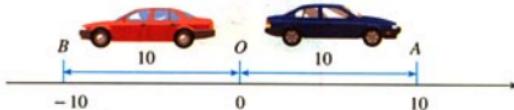


图 1.2-5

这里的数  $a$  可以是正数、负数和 0.

一般地，数轴上表示数  $a$  的点与原点的距离叫做数  $a$  的 **绝对值** (absolute value)，记作  $|a|$ . 例如，图 1.2-5 中 A、B 两点分别表示 10 和 -10，它们与原点的距离都是 10 个单位长度，所以 10 和 -10 的绝对值都是 10，即

$$|10| = 10, |-10| = 10.$$

显然  $|0| = 0$ .

由绝对值的定义可知：**一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.**

- (1) 当  $a$  是正数时， $|a| = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 当  $a$  是负数时， $|a| = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (3) 当  $a=0$  时， $|a| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

你可以给  $a$  取些具体数值检验你填写的结果是否正确.

### 练习

1. 写出下列各数的绝对值：

$$6, -8, -3.9, \frac{5}{2}, -\frac{2}{11}, 100, 0.$$

2. 判断下列说法是否正确：

- (1) 符号相反的数互为相反数；
- (2) 符号相反且绝对值相等的数互为相反数；
- (3) 一个数的绝对值越大，表示它的点在数轴上越靠右；
- (4) 一个数的绝对值越大，表示它的点在数轴上离原点越远.



## 观察



图 1.2-6 给出了一周中每天的最高气温和最低气温，其中最低的是  $\underline{\quad}$   $^{\circ}\text{C}$ ，最高的是  $\underline{\quad}$   $^{\circ}\text{C}$ . 你能将这 14 个温度按从低到高的顺序排列吗？

图 1.2-6

图 1.2-6 中的 14 个温度按从低到高排列为  
 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.$

按照这个顺序排列的温度，在温度计上所对应的点是从下到上的. 按照这个顺序把这些数表示在数轴上，表示它们的各点的顺序是从左到右的（图 1.2-7）.



图 1.2-7

我们已知两个正数（或 0）之间怎样比较大小，例如  $0 < 1, 1 < 2, 2 < 3, \dots$ .

任意两个有理数（例如  $-4$  和  $-3$ ,  $-2$  和  $0$ ,  $-1$  和  $1$ ）怎样比较大小呢？

数学中规定：在数轴上表示有理数，它们从左到右的顺序，就是从小到大的顺序，即左边的数小于右边的数。

由这个规定可知， $-6 < -5$ ,  $-5 < -4$ ,  $-4 < -3$ ,  $-2 < 0$ ,  $-1 < 1$ , ...。

(1) 正数大于0, 0大于负数, 正数大于负数;

(2) 两个负数, 绝对值大的反而小。

例如,  $1 \text{ } \underline{\quad} 0$ ,  $0 \text{ } \underline{\quad} -1$ ,

$1 \text{ } \underline{\quad} -1$ ,  $-1 \text{ } \underline{\quad} -2$ .



### 思 考

前面对温度由低到高的排列与上述有理数大小的规定一致吗？

例 比较下列各对数的大小：

(1)  $-(-1)$  和  $-(+2)$ ; (2)  $-\frac{8}{21}$  和  $-\frac{3}{7}$ ;

(3)  $-(-0.3)$  和  $-\left|-\frac{1}{3}\right|$ .

解：(1) 先化简,  $-(-1)=1$ ,  $-(+2)=-2$ .

正数大于负数,  $1 > -2$ ,

即  $-(-1) > -(+2)$ .

(2) 这是两个负数比较大小, 要比较它们的绝对值.

$$\left|-\frac{8}{21}\right| = \frac{8}{21}, \left|-\frac{3}{7}\right| = \frac{3}{7} = \frac{9}{21}.$$

因为  $\frac{8}{21} < \frac{9}{21}$ , 即  $-\left| -\frac{8}{21} \right| < -\left| -\frac{9}{21} \right|$ ,

所以  $-\frac{8}{21} > -\frac{9}{21}$ .

(3) 先化简,  $-(-0.3) = 0.3$ ,  $\left| -\frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3}$ .

$0.3 < \frac{1}{3}$ ,

即  $-(-0.3) < \left| -\frac{1}{3} \right|$ .

异号两数比较大小, 要考虑它们的正负; 同号两数比较大小, 要考虑它们的\_\_\_\_\_.

### 练习

比较下列各对数的大小:

(1)  $-3$  和  $-5$ ; (2)  $-2.5$  和  $-|-2.25|$ .

## 习题1.2

### 复习巩固

1. 下面的有理数中哪些是整数? 哪些是正整数, 哪些是负整数? 哪些是正分数, 哪些是负分数? 有理数可以分为哪两大类?

$$15, -\frac{3}{8}, 0, 0.15, -30, -12.8, \frac{22}{5}, +20, -60.$$

2. 在数轴上表示下列各数:

$$-5, +3, -3.5, 0, \frac{2}{3}, -\frac{3}{2}, 0.75.$$

3. 写出下列各数的相反数, 并将这些数连同它们的相反数在数轴上表示出来:

$$-4, +2, -1.5, 0, \frac{1}{3}, -\frac{9}{4}.$$

4. 写出下列各数的绝对值：

$$-125, +23, -3.5, 0, \frac{2}{3}, -\frac{3}{2}, -0.05.$$

上面的数中哪个数的绝对值最大？哪个数的绝对值最小？

5. 将下列各数按从小到大的顺序排列，并用“<”号连接：

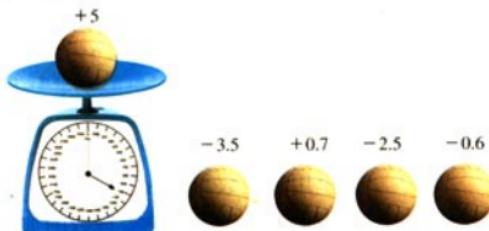
$$-0.25, +2.3, -0.15, 0, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 0.05.$$

### 综合运用 >>

6. 下面是我国几个城市某年一月份的平均气温，把它们按从高到低的顺序排列。

北京	武汉	广州	哈尔滨	南京
-4.6 ℃	3.8 ℃	13.1 ℃	-19.4 ℃	2.4 ℃

7. 检查了 5 个排球的重量(单位：克)，其中超过标准重量的数量记为正数，不足的数量记为负数，结果如下：



其中哪个球的重量最接近标准？怎样用绝对值解释排球的重量接近标准重量的程度？

8. 1999 年我国治理大气污染取得成效，与 1998 年比较，工业二氧化硫和生活二氧化硫排放的增幅分别是  $-0.084$  和  $-0.02$ ，工业烟尘和生活烟尘排放的增幅分别是  $-0.191$  和  $-0.257$ ，这些增幅中哪个最小？增幅是负数说明什么？

### 拓广探索 >>

9. (1)  $-1$  与  $0$  之间还有负数吗？ $-\frac{1}{2}$  与  $0$  之间呢？如有，请举例。  
(2)  $-3$  与  $-1$  之间有负整数吗？ $-2$  与  $2$  之间有哪些整数？  
(3) 有比  $-1$  大的负整数吗？  
(4) 写出 3 个小于  $-100$  并且大于  $-103$  的数。
10. 如果  $|x|=2$ ，那么  $x$  一定是  $2$  吗？如果  $|x|=0$ ，那么  $x$  等于几？如果  $x=-x$ ，那么  $x$  等于几？

## 1.3 有理数的加减法

### 1.3.1 有理数的加法

我们已经熟悉正数的加法运算，然而实际问题中做加法运算的数有可能超出正数范围。例如，足球循环赛中，可以把进球数记为正数，失球数记为负数，它们的和叫做净胜球数。章前言中，红队进4个球，失2个球；蓝队进1个球，失1个球。于是红队的净胜球数为

怎样计算  
 $4 + (-2)$ ?

$$4 + (-2),$$

黄队的净胜球数为

$$1 + (-1).$$

这里用到正数与负数的加法。

下面借助数轴来讨论有理数的加法。

看下面的问题。

一个物体作左右方向的运动，我们规定向左为负，向右为正。向右运动5 m记作5 m，向左运动5 m记作 $-5$  m。

如果物体先向右运动5 m，再向右运动3 m，那么两次运动后总的结果是什么？

两次运动后物体从起点向右运动了8 m。写成算式就是

$$5 + 3 = 8. \quad ①$$

如果物体先向左运动5 m，再向左运动3 m，那么两次运动后总的结果是什么？

两次运动后物体从起点向左运动了8 m。写成算式就是

$$(-5) + (-3) = -8. \quad ②$$

这个运算也可以用数轴表示，其中假设原点  $O$  为运动起点（图 1.3-1）。



图 1.3-1

如果物体先向右运动 5 m，再向左运动 3 m，那么两次运动后物体从起点向右运动了 2 m. 写成算式就是

$$5 + (-3) = 2. \quad ③$$

这个运算也可以用数轴表示，其中假设原点  $O$  为运动起点（图 1.3-2）。

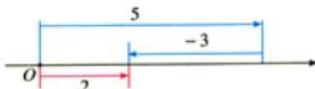


图 1.3-2



利用数轴，求以下情况时物体两次运动的结果：

(1) 先向右运动 3 m，再向左运动 5 m，物体从起点向\_\_\_\_\_运动了\_\_\_\_\_ m；

(2) 先向右运动 5 m，再向左运动 5 m，物体从起点向\_\_\_\_\_运动了\_\_\_\_\_ m；

(3) 先向左运动 5 m，再向右运动 5 m，物体从起点向\_\_\_\_\_运动了\_\_\_\_\_ m.

这三种情况运动结果的算式如下：

$$3 + (-5) = -2; \quad ④$$

$$5 + (-5) = 0; \quad ⑤$$

$$(-5) + 5 = 0. \quad ⑥$$

如果物体第 1 秒向右（或左）运动 5 m，第 2 秒原地不动，两秒后物体从起点向右（或左）运动了 5 m. 写成算式就是

$$5+0=5 \quad \text{或} \quad (-5)+0=-5. \quad ⑦$$

考虑有理数的运算结果时，既要考虑它的符号，又要考虑它的\_\_\_\_\_.

你能从算式①~⑦中发现有理数加法的运算法则吗？

### 有理数加法法则

- 同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加。
- 绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。互为相反数的两个数相加得 0。
- 一个数同 0 相加，仍得这个数。

先定符号，  
再算绝对值。

### 例 1 计算：

$$(1) (-3)+(-9); \quad (2) (-4.7)+3.9.$$

$$\text{解: } (1) (-3)+(-9)=-(3+9)=-12;$$

$$(2) (-4.7)+3.9=-(4.7-3.9)=-0.8.$$

例 2 足球循环赛中，红队胜黄队 4 : 1，黄队胜蓝队 1 : 0，蓝队胜红队 1 : 0，计算各队的净胜球数。

解：每个队的进球总数记为正数，失球总数记为负数，这两数的和为这队的净胜球数。

三场比赛中，红队共进 4 球，失 2 球，净胜球数为

$$(4)+(-2)=+(4-2)=2;$$

黄队共进 2 球，失 4 球，净胜球数为

$$(2)+(-4)=-(4-2)= -2;$$

蓝队共进\_\_\_\_球，失\_\_\_\_球，净胜球数为

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

### 练习

1. 用算式表示下面的结果：

- (1) 温度由 $-4^{\circ}\text{C}$ 上升 $7^{\circ}\text{C}$ ；  
(2) 收入7元，又支出5元。

2. 计算：

- (1)  $15+(-22)$ ； (2)  $(-13)+(-8)$ ；  
(3)  $(-0.9)+1.5$ ； (4)  $\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)$ .



### 思 考

我们以前学过加法交换律、结合律，在有理数的加法中它们还适用吗？计算

$$30+(-20), \quad (-20)+30.$$

两次所得的和相同吗？

换几个加数再试一试。

有理数的加法中，两个数相加，交换加数的位置，和不变。

加法交换律： $a+b=\underline{\hspace{2cm}}$ .

计算

$$[8+(-5)]+(-4), \quad 8+[(-5)+(-4)].$$

两次所得的和相同吗？换几个加数再试一试。

有理数的加法中，三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变。

加法结合律： $(a+b)+c=\underline{\hspace{2cm}}$ .

例 3 中是怎样使计算简化的？这样做的根据是什么？

例 3 计算  $16 + (-25) + 24 + (-35)$ .

解： $16 + (-25) + 24 + (-35)$   
 $= 16 + 24 + [(-25) + (-35)]$   
 $= 40 + (-60) = -20.$

利用加法交换律、结合律，可以使运算简化。认识运算律对于理解运算有很重要的意义。

例 4 每袋小麦的标准重量为 90 千克，10 袋小麦称重记录如图 1.3-3 所示。与标准重量比较，10 袋小麦总计超过多少千克或不足多少千克？10 袋小麦的总重量是多少？

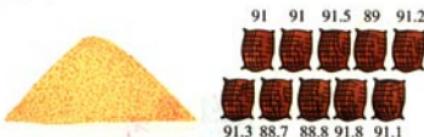


图 1.3-3

解法 1：先计算 10 袋小麦的总重量

$$91 + 91 + 91.5 + 89 + 91.2 + 91.3 + 88.7 + 88.8 + 91.8 + 91.1 \\ + 91.8 + 91.1 = 905.4.$$

再计算总计超过多少千克

$$905.4 - 90 \times 10 = 5.4.$$

解法 2：每袋小麦超过标准重量的千克数记作正数，不足的千克数记作负数。10 袋小麦对应的数为  $+1, +1, +1.5, -1, +1.2, +1.3, -1.3, -1.2, +1.8, +1.1$ 。

$$\begin{aligned} & 1 + 1 + 1.5 + (-1) + 1.2 + 1.3 + (-1.3) + \\ & (-1.2) + 1.8 + 1.1 \\ & =[1 + (-1)] + [1.2 + (-1.2)] + \\ & [1.3 + (-1.3)] + (1 + 1.5 + 1.8 + 1.1) \\ & = 5.4. \\ & 90 \times 10 + 5.4 = 905.4. \end{aligned}$$

答：10 袋小麦总计超过标准重量 5.4 千克。总重

比较两种解法。  
解法 2 中使用了哪些运算律？

量是 905.4 千克.

练习

1. 计算:

$$(1) 23 + (-17) + 6 + (-22);$$

$$(2) (-2) + 3 + 1 + (-3) + 2 + (-4).$$

2. 计算:

$$(1) 1 + \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{6}\right); (2) 3\frac{1}{4} + \left(-2\frac{3}{5}\right) + 5\frac{3}{4} + \left(-8\frac{2}{5}\right).$$



实验与探究

选学

填 幻 方

有人建议向火星发射如下图的图案. 它叫做幻方, 其中 9 个格中的点数分别是 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 每一横行、每一竖列以及两条斜对角线上的点数的和都是 15. 如果火星上有智能生物, 那么他们可以从这种“数学语言”了解到地球上也有智能生物(人).

⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮

你能将  $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$  这 9 个数分别填入下图的幻方的 9 个空格中, 使得处于同一横行、同一竖列、同一斜对角线上的 3 个数相加都得 0 吗?


你是将 0 填入中央的格中吗？与同学交流一下，看看你们填这个幻方的方法相同吗？

### 1.3.2 有理数的减法

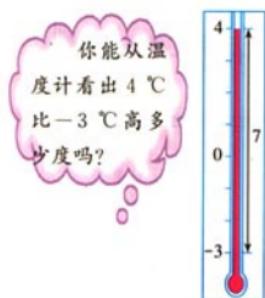


图 1.3-4

实际问题中有时还要涉及有理数的减法。例如，某地一天的气温是  $-3 \sim 4^{\circ}\text{C}$ ，这天的温差（最高气温减最低气温，单位： $^{\circ}\text{C}$ ）就是  $4 - (-3)$ 。这里用到正数与负数的减法。

减法是与加法相反的运算，计算  $4 - (-3)$ ，就是要求出一个数  $x$ ，使得  $x$  与  $-3$  相加得  $4$ 。因为  $7$  与  $-3$  相加得  $4$ ，所以  $x$  应该是  $7$ ，即

$$4 - (-3) = 7. \quad ①$$

另一方面，我们知道

$$4 + (+3) = 7, \quad ②$$

由①②有

$$4 - (-3) = 4 + (+3). \quad ③$$



换几个数  
再试一试。

从③式能看出减  $-3$  相当于加哪个数吗？把  $4$  换成  $0, -1, -5$ ，用上面的方法考虑

$$0 - (-3), (-1) - (-3), (-5) - (-3).$$

这些数减  $-3$  的结果与它们加  $+3$  的结果相同吗？

计算

$$9 - 8, 9 + (-8); 15 - 7, 15 + (-7).$$

从中又能有新发现吗？

有理数的减法可以转化为加法来进行.

### 有理数减法法则

**减去一个数, 等于加这个数的相反数.**

有理数减法法则也可以表示成

$$a-b=a+(-b).$$

### 例 5 计算:

$$(1) (-3)-(-5); \quad (2) 0-7;$$

$$(3) 7.2-(-4.8); \quad (4) \left(-3\frac{1}{2}\right)-5\frac{1}{4}.$$

$$\text{解: (1)} \ (-3)-(-5)=(-3)+5=2;$$

$$(2) 0-7=0+(-7)=-7;$$

$$(3) 7.2-(-4.8)=7.2+4.8=12;$$

$$(4) \left(-3\frac{1}{2}\right)-5\frac{1}{4}=\left(-3\frac{1}{2}\right)+\left(-5\frac{1}{4}\right)=-8\frac{3}{4}.$$

### 练习

#### 1. 计算:

(1) $6-9$ ;	(2) $(+4)-(-7)$ ;
(3) $(-5)-(-8)$ ;	(4) $0-(-5)$ ;
(5) $(-2.5)-5.9$ ;	(6) $1.9-(-0.6)$ .

#### 2. 计算:

- (1) 比  $2^{\circ}\text{C}$  低  $8^{\circ}\text{C}$  的温度;
- (2) 比  $-3^{\circ}\text{C}$  低  $6^{\circ}\text{C}$  的温度.

## 思考

以前只有在  $a$  大于或等于  $b$  时，我们会做减法  $a-b$ （例如  $2-1, 1-1$ ）。现在你会在  $a$  小于  $b$  时做减法  $a-b$ （例如  $1-2, -1-0$ ）吗？小数减大数所得的差是什么数？

下面我们研究怎样进行有理数的加减混合运算。

**例 6** 计算  $(-20) + (+3) - (-5) - (+7)$ 。

**分析：**这个式子中有加法，也有减法。可以根据有理数减法法则，把它改写为

$$(-20) + (+3) + (+5) + (-7),$$

使问题转化为几个有理数的加法。

这里使用了哪些运算法律？

$$\begin{aligned} \text{解: } & (-20) + (+3) - (-5) - (+7) \\ & = (-20) + (+3) + (+5) + (-7) \\ & = [(-20) + (-7)] + [(+5) + (+3)] \\ & = (-27) + (+8) \\ & = -19. \end{aligned}$$

## 归纳

引入相反数后，加减混合运算可以统一为加法运算。

$$a + b - c = a + b + \underline{\quad}.$$

## 式子

$$(-20) + (+3) + (+5) + (-7)$$

是  $-20, 3, 5, -7$  这四个数的和，为书写简单，可以省略式中的括号和加号，把它写为

$$-20+3+5-7.$$

这个式子可以读作“负 20、正 3、正 5、负 7 的和”，或读作“负 20 加 3 加 5 减 7”. 例 6 的运算过程也可以简单地写为

$$\begin{aligned} & (-20) + (+3) - (-5) - (+7) \\ & = -20 + 3 + 5 - 7 \\ & = -20 - 7 + 3 + 5 \\ & = -27 + 8 \\ & = -19. \end{aligned}$$

### 练习

计算：(1)  $1-4+3-0.5$ ; (2)  $-2.4+3.5-4.6+3.5$ ;  
(3)  $(-7)-(+5)+(-4)-(-10)$ ; (4)  $\frac{3}{4}-\frac{7}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)-1$ .

计算器是一种方便实用的计算工具，用计算器进行比较复杂的数的计算，比笔算要快捷得多。



图 1.3-5 两种电子计算器面板示意图

**例 7** 计算  $-5.13 + 4.62 + (-8.47) - (-2.3)$ .

解:  $-5.13 + 4.62 + (-8.47) - (-2.3)$   
 $= -5.13 + 4.62 - 8.47 + 2.3.$

以下用计算器计算.

**方法一:** 带符号键  $(-)$  的计算器.

不同品牌计算器的操作方法可能有所不同, 具体用法参见其使用说明.

按键	显示
$(-)$ 5.13	-5.13
$+$	-5.13 +
4.62	-5.13 + 4.62
$-$	-5.13 + 4.62 -
8.47	-5.13 + 4.62 - 8.47
$+$	-5.13 + 4.62 - 8.47 +
2.3	-5.13 + 4.62 - 8.47 + 2.3
$=$	-6.68

**方法二:** 带符号键  $[+/-]$  的计算器.

随着科技发展和社会进步, 计算工具的普及会不断加快.

按键	显示
5.13 $[+/-]$	-5.13
$+$	-5.13
4.62	4.62
$-$	-0.51
8.47	8.47
$+$	-8.98
2.3	2.3
$=$	-6.68

所以, 原式 = -6.68.



### 练习

用计算器计算：

- (1)  $357 + (-154) + 26 + (-212)$ ;  
(2)  $(-7.22) + 3.01 + (-6.13) + (-5.49)$ .

## 习题1.3

### 复习巩固



#### 1. 计算：

- (1)  $(-10) + (+6)$ ; (2)  $(+12) + (-4)$ ;  
(3)  $(-5) + (-7)$ ; (4)  $(+6) + (-9)$ ;  
(5)  $(-0.9) + (-2.7)$ ; (6)  $\frac{2}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right)$ ;  
(7)  $\left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{2}{5}$ ; (8)  $\left(-3\frac{1}{4}\right) + \left(-1\frac{1}{12}\right)$ .

#### 2. 计算：

- (1)  $(-8) + 10 + 2 + (-1)$ ;  
(2)  $5 + (-6) + 3 + 9 + (-4) + (-7)$ ;  
(3)  $(-0.8) + 1.2 + (-0.7) + (-2.1) + 0.8 + 3.5$ ;  
(4)  $\frac{1}{2} + \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{4}{5} + \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$ .

#### 3. 计算：

- (1)  $(-8) - 8$ ; (2)  $(-8) - (-8)$ ;  
(3)  $8 - (-8)$ ; (4)  $8 - 8$ ;  
(5)  $0 - 6$ ; (6)  $0 - (-6)$ ;  
(7)  $16 - 47$ ; (8)  $28 - (-74)$ ;  
(9)  $(-3.8) - (+7)$ ; (10)  $(-5.9) - (-6.1)$ .

4. 计算:

(1)  $(\frac{2}{5}) - (-\frac{3}{5})$ ;

(2)  $(-\frac{2}{5}) - (-\frac{3}{5})$ ;

(3)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ;

(4)  $(-\frac{1}{2}) - \frac{1}{3}$ .

5. 计算:

(1)  $-4.2 + 5.7 - 8.4 + 10$ ;

(2)  $-\frac{1}{4} + \frac{5}{6} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ ;

(3)  $12 - (-18) + (-7) - 15$ ;

(4)  $4.7 - (-8.9) - 7.5 + (-6)$ .

6. 用计算器计算:

(1)  $(-417) + 509 + (-371)$ ;

(2)  $(-18.65) + (-6.23) + 18.41 + 6.53$ ;

(3)  $(-122) - 908$ ;

(4)  $26.18 - (-12.93)$ ;

(5)  $-216 + 157 + 348 + 512 - 678$ ;

(6)  $81.26 - 293.08 + 8.74 + 111.23$ .

综合运用



(第 10 题)

8. 一天早晨的气温是 $-7^{\circ}\text{C}$ , 中午上升了 $11^{\circ}\text{C}$ , 半夜又下降了 $9^{\circ}\text{C}$ , 半夜的气温是多少?

9. 食品店一周中各天的盈亏情况如下(盈余为正):

132元,  $-12.5$ 元,  $-10.5$ 元, 127元,  $-87$ 元, 136.5元, 98元.

一周总的盈亏情况如何?

10. 有8筐白菜, 以每筐25千克为准, 超过的千克数记作正数, 不足的千克数记作负数, 称重的记录如下:

1.5,  $-3$ , 2,  $-0.5$ , 1,  $-2$ ,  $-2$ ,  $-2.5$ .

这8筐白菜的总重量是多少?

11. 某地一周内每天的最高气温与最低气温记录如下表, 哪天的温差最大? 哪天的温差最小?

星期	一	二	三	四	五	六	日
最高气温	$10^{\circ}\text{C}$	$12^{\circ}\text{C}$	$11^{\circ}\text{C}$	$9^{\circ}\text{C}$	$7^{\circ}\text{C}$	$5^{\circ}\text{C}$	$7^{\circ}\text{C}$
最低气温	$2^{\circ}\text{C}$	$1^{\circ}\text{C}$	$0^{\circ}\text{C}$	$-1^{\circ}\text{C}$	$-4^{\circ}\text{C}$	$-5^{\circ}\text{C}$	$-5^{\circ}\text{C}$

12. 红星队在4场足球赛中的战绩是: 第一场 $3:1$ 胜, 第二场 $2:3$ 负, 第三场 $0:0$ 平, 第四场 $2:5$ 负. 红星队在4场比赛中总的净胜球数是多少?

### 拓广探索 ►►

13. 填空:

(1)  $\underline{\quad} + 11 = 27$ ;

(2)  $7 + \underline{\quad} = 4$ ;

(3)  $(-9) + \underline{\quad} = 9$ ;

(4)  $12 + \underline{\quad} = 0$ ;

(5)  $(-8) + \underline{\quad} = -15$ ;

(6)  $\underline{\quad} + (-13) = -6$ .

14. 计算下列各式的值:

$(-2) + (-2)$ ,

$(-2) + (-2) + (-2)$ ,

$(-2) + (-2) + (-2) + (-2)$ ,

$(-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2)$ .

猜想下列各式的值:

$(-2) \times 2$ ,  $(-2) \times 3$ ,  $(-2) \times 4$ ,  $(-2) \times 5$ .

你能进一步猜出负数乘正数的法则吗?

15. 一种股票第一天的最高价比开盘价高 0.3 元，最低价比开盘价低 0.2 元；第二天的最高价比开盘价高 0.2 元，最低价比开盘价低 0.1 元；第三天的最高价等于开盘价，最低价比开盘价低 0.13 元。计算每天最高价与最低价的差，以及这些差的平均值。



股票交易是市场经济中的一种金融活动，它可以促进投资和资金流通。



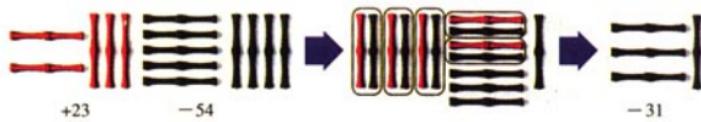
## 阅读与思考

选学

### 中国人最先使用负数

中国人很早就开始使用负数。在古代商业活动中，以收入为正，支出为负；以盈余为正，亏欠为负。在古代农业活动中，以增产为正，减产为负。

著名的中国古代数学著作《九章算术》的“方程”一章，在世界数学史上首次正式引入负数及其加减法运算法则。书中涉及用不同颜色的算筹（小棍形状的记数工具）分别表示正数和负数（红色为正，黑色为负），并给出名为“正负术”的算法。



“正负术”是正负数加减法则。其中有一段话是“同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之。”你知道它的意思吗？其实它就是减法法则，以现代算式为例，可以将这段

话解释如下：

“同名相除”，即同号两数相减时，括号前为被减数的符号，括号内为被减数的绝对值减去减数的绝对值。例如

$$(+5) - (+3) = +(5 - 3),$$

$$(-5) - (-3) = -(5 - 3).$$

“异名相益”，即异号两数相减时，括号前为被减数的符号，括号内为被减数的绝对值加减数的绝对值。例如

$$(+5) - (-3) = +(5 + 3),$$

$$(-5) - (+3) = -(5 + 3).$$

“正无入负之，负无入正之”，即0减正得负，0减负得正。例如

$$0 - (+3) = -3,$$

$$0 - (-3) = +3.$$

史料证明：追溯到两千多年前，中国人已经开始使用负数，并且对负数已有很深刻的认识，这在世界上是首创。

## 1.4 有理数的乘除法

### 1.4.1 有理数的乘法

我们已经熟悉正数及 0 的乘法运算，引入负数以后，怎样进行有理数的乘法运算呢？

下面仍然借助数轴来研究有理数的乘法。

如图 1.4-1，一只蜗牛沿直线  $l$  爬行，它现在的位置恰在  $l$  上的点  $O$ 。



图 1.4-1

- (1) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向右爬行，3 分后它在什么位置？
- (2) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向左爬行，3 分后它在什么位置？
- (3) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向右爬行，3 分前它在什么位置？
- (4) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向左爬行，3 分前它在什么位置？

为区分方向，我们规定：向左为负，向右为正，  
为区分时间，我们规定：现在前为负，现在后为正。

- (1) 3 分后蜗牛应在  $l$  上点  $O$  右边 6 cm 处（图 1.4-2），这可以表示为

$$(+2) \times (+3) = +6. \quad \text{①}$$



图 1.4-2

(2) 3 分后蜗牛应在  $l$  上点  $O$  左边  $6$  cm 处 (图 1.4-3), 这可以表示为

$$(-2) \times (+3) = -6. \quad ②$$

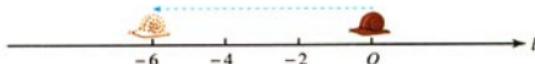


图 1.4-3

(3) 3 分前蜗牛应在  $l$  上点  $O$  左边  $6$  cm 处 (图 1.4-4), 这可以表示为

$$(+2) \times (-3) = -6. \quad ③$$



图 1.4-4

(4) 3 分前蜗牛应在  $l$  上点  $O$  右边  $6$  cm 处 (图 1.4-5), 这可以表示为

$$(-2) \times (-3) = +6. \quad ④$$



图 1.4-5

观察①~④式, 根据你对有理数乘法的思考, 填空:

正数乘正数积为\_\_\_\_\_数,

负数乘正数积为\_\_\_\_\_数,

正数乘负数积为\_\_\_\_\_数,

负数乘负数积为\_\_\_\_\_数,

乘积的绝对值等于各乘数绝对值的\_\_\_\_\_.

## 有理数乘法法则

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。

任何数同0相乘，都得0。

这个法则的形成，考虑了数学本身的继承与发展，保持了运算律，扩大了运算中数的范围。

有理数相乘，先确定积的\_\_\_\_\_，再确定积的\_\_\_\_\_。

数  $a(a \neq 0)$  的倒数是什么？



例如， $(-5) \times (-3)$ , ..... 同号两数相乘

$(-5) \times (-3) = +(\quad)$ , ..... 得正

$5 \times 3 = 15$ , ..... 把绝对值相乘

所以  $(-5) \times (-3) = 15$ .

又如， $(-7) \times 4$ , ..... \_\_\_\_\_

$(-7) \times 4 = -(\quad)$ , ..... \_\_\_\_\_

$7 \times 4 = 28$ , ..... \_\_\_\_\_

所以  $(-7) \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**例 1** 计算：

$$(1) (-3) \times 9; \quad (2) \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-2).$$

解：(1)  $(-3) \times 9 = -27$ ;

$$(2) \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-2) = 1.$$

有理数中仍然有：乘积是1的两个数互为倒数。

**例 2** 用正负数表示气温的变化量，上升为正，下降为负。登山队攀登一座山峰，每登高1km气温的变化量为 $-6^{\circ}\text{C}$ ，攀登3km后，气温有什么变化？

解： $(-6) \times 3 = -18$ .

答：气温下降 $18^{\circ}\text{C}$ .



### 练习

1. 计算:

$$(1) 6 \times (-9); \quad (2) (-4) \times 6; \quad (3) (-6) \times (-1);$$

$$(4) (-6) \times 0; \quad (5) \frac{2}{3} \times \left(-\frac{9}{4}\right); \quad (6) \left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{4}.$$

2. 商店降价销售某种商品, 每件降 5 元, 售出 60 件后, 与按原价销售同样数量的商品相比, 销售额有什么变化?

3. 写出下列各数的倒数:

$$1, -1, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, 5, -5, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}.$$

多个有理数相乘, 可以把它们按顺序依次相乘.



下列各式的积是正的还是负的?

$$2 \times 3 \times 4 \times (-5), 2 \times 3 \times 4 \times (-4) \times (-5),$$

$$2 \times (-3) \times (-4) \times (-5),$$

$$(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5).$$



几个不是 0 的数相乘, 积的符号与负因数的个数之间有什么关系?

几个不是 0 的数相乘, 负因数的个数是

\_\_\_\_\_时, 积是正数; 负因数的个数是

\_\_\_\_\_时, 积是负数.

多个不是0的数相乘，先做哪一步，再做哪一步？

### 例3 计算：

$$(1) (-3) \times \frac{5}{6} \times \left(-\frac{9}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right);$$

$$(2) (-5) \times 6 \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times \frac{1}{4}.$$

$$\text{解：(1)} \quad (-3) \times \frac{5}{6} \times \left(-\frac{9}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$= -3 \times \frac{5}{6} \times \frac{9}{5} \times \frac{1}{4} = -\frac{9}{8}.$$

$$(2) \quad (-5) \times 6 \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times \frac{1}{4}$$

$$= 5 \times 6 \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = 6.$$

### 观察

你能看出下式的结果吗？如果能，请说明理由。

$$7.8 \times (-8.1) \times 0 \times (-19.6).$$

几个数相乘，如果其中有因数为0，积等于\_\_\_\_\_。

### 练习

计算：

$$(1) (-5) \times 8 \times (-7) \times (-0.25);$$

$$(2) \left(-\frac{5}{12}\right) \times \frac{8}{15} \times \frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right);$$

$$(3) (-1) \times \left(-\frac{5}{4}\right) \times \frac{8}{15} \times \frac{3}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times 0 \times (-1).$$



下面是用计算器进行有理数乘法运算的例子。

### 例4 用计算器计算 $(-51) \times (-14)$ .

解：用带符号键 $(-)$ 的计算器。

$$(-) \boxed{51} \times (-) \boxed{14} =$$

显示:  $-51 \times -14 =$

714

用带符号转换键 $[+/-]$ 的计算器.

$$[+/-] \boxed{51} \times [+/-] \boxed{14} =$$

显示: 714

也可以只用计算器算乘积的绝对值, 然后再加符号.

### 练习

用计算器计算:

$$(1) 26 \times (-41);$$

$$(2) (-35) \times (-17).$$

像前面那样规定有理数乘法法则后, 就可以使交换律、结合律与分配律在有理数乘法中仍然成立.

例如

$$5 \times (-6) = -30, (-6) \times 5 = -30,$$

即  $5 \times (-6) = (-6) \times 5.$

$$[3 \times (-4)] \times (-5) = (-12) \times (-5) = 60,$$

$$3 \times [(-4) \times (-5)] = 3 \times 20 = 60,$$

即  $[3 \times (-4)] \times (-5) = 3 \times [(-4) \times (-5)].$

一般地, 有理数乘法中, **两个数相乘, 交换因数的位置, 积相等.**

乘法交换律:  $ab = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**三个数相乘, 先把前两个数相乘, 或者先把后两个数相乘, 积相等.**

乘法结合律:  $(ab)c = \underline{\hspace{2cm}}$ .

又如

$$5 \times [3 + (-7)] = 5 \times (-4) = -20,$$

$$5 \times 3 + 5 \times (-7) = 15 - 35 = -20,$$

$a \times b$  也可以写为  $a \cdot b$  或  $ab$ . 当用字母表示乘数时, “ $\times$ ”号可以写为“.”或省略.

即  $5 \times [3 + (-7)] = 5 \times 3 + 5 \times (-7)$ .

在代数学的研究中，运算律是很重要的内容。

一般地，一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加。

分配律： $a(b+c) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

例 5 用两种方法计算  $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right) \times 12$ .

解法 1：  
$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right) \times 12 \\ &= \left(\frac{3}{12} + \frac{2}{12} - \frac{6}{12}\right) \times 12 \\ &= -\frac{1}{12} \times 12 = -1. \end{aligned}$$

解法 2：  
$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right) \times 12 \\ &= \frac{1}{4} \times 12 + \frac{1}{6} \times 12 - \frac{1}{2} \times 12 \\ &= 3 + 2 - 6 = -1. \end{aligned}$$



比较上面两种解法，它们在运算顺序上有什么区别？解法 2 用了什么运算律？哪种解法运算量小？

### 练习

计算：

(1)  $(-85) \times (-25) \times (-4)$ ；

(2)  $\left(-\frac{7}{8}\right) \times 15 \times \left(-1\frac{1}{7}\right)$ ；

(3)  $\left(\frac{9}{10} - \frac{1}{15}\right) \times 30$ .

## 1.4.2 有理数的除法

怎样计算  $8 \div (-4)$  呢？根据除法的意义，这就是要求一个数，使它与  $-4$  相乘得  $8$ 。

因为  $(-2) \times (-4) = 8$ ,

所以  $8 \div (-4) = -2$ . ①

另一方面，我们有

$$8 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -2. \quad ②$$

于是有

$$8 \div (-4) = 8 \times \left(-\frac{1}{4}\right). \quad ③$$

③式表明，一个数除以  $-4$  可以转化为乘  $-\frac{1}{4}$  来进

行，即一个数除以  $-4$ ，等于乘  $-4$  的倒数  $-\frac{1}{4}$ .

换其他数的除法  
进行类似讨论，是否  
仍有除以  $a$  ( $a \neq 0$ ) 可  
以转化为乘  $\frac{1}{a}$ ?

有理数除法法则

除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数。

这个法则也可以表示成

$$a \div b = a \cdot \frac{1}{b} (b \neq 0).$$

从有理数除法法则，容易得出：

两数相除，同号得 \_\_\_\_，异号得 \_\_\_\_，并把绝对值相 \_\_\_\_。0 除以任何一个不等于 0 的数，都得 \_\_\_\_。

这是有理数除法法则的另一种说法。

例 6 计算：(1)  $(-36) \div 9$ ；

(2)  $\left(-\frac{12}{25}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right)$ .

解：(1)  $(-36) \div 9 = -(36 \div 9) = -4$ ；

(2)  $\left(-\frac{12}{25}\right) \div \left(-\frac{3}{5}\right) = \left(-\frac{12}{25}\right) \times \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{4}{5}$ .

### 练习

计算：

$$(1) (-18) \div 6; \quad (2) (-63) \div (-7);$$

$$(3) 1 \div (-9); \quad (4) 0 \div (-8).$$

●  
分数可以  
理解为分子除  
以分母。

**例 7** 化简下列分数：

$$(1) \frac{-12}{3}; \quad (2) \frac{-45}{-12}.$$

解：(1)  $\frac{-12}{3} = (-12) \div 3 = -4;$

(2)  $\frac{-45}{-12} = (-45) \div (-12) = 45 \div 12 = \frac{15}{4}.$

因为有理数的除法可以化为乘法，所以可以利用乘法的运算性质简化运算。乘除混合运算往往先将除法化成乘法，然后确定积的符号，最后求出结果。

**例 8** 计算：

$$(1) \left(-125\frac{5}{7}\right) \div (-5); \quad (2) -2.5 \div \frac{5}{8} \times \left(-\frac{1}{4}\right).$$

解：(1)  $\left(-125\frac{5}{7}\right) \div (-5) = \left(125 + \frac{5}{7}\right) \times \frac{1}{5}$   
 $= 125 \times \frac{1}{5} + \frac{5}{7} \times \frac{1}{5} = 25 + \frac{1}{7} = 25\frac{1}{7};$

$$(2) -2.5 \div \frac{5}{8} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{8}{5} \times \frac{1}{4} = 1.$$

### 练习

1. 化简：

$$(1) \frac{-72}{9}; \quad (2) \frac{-30}{-45}; \quad (3) \frac{0}{-75}.$$

2. 计算：

$$(1) \left(-36\frac{9}{11}\right) \div 9; \quad (2) (-12) \div (-4) \div \left(-1\frac{1}{5}\right);$$

$$(3) \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{8}{5}\right) \div (-0.25).$$



下面举例说明如何用计算器进行有理数的除法运算.

**例 9** 用计算器计算 $(-0.056) \div (-1.4)$ .

解: 用带符号键 $(-)$ 的计算器.

$$(-) \boxed{0.056} \boxed{\div} (-) \boxed{1.4} =$$

显示:  $-0.056 \div -1.4 =$

0.04

用带符号转换键 $[+/-]$ 的计算器.

$$[+/-] \boxed{0.056} \boxed{\div} [+/-] \boxed{1.4} =$$

显示: 0.04

练习

用计算器计算 (结果保留两位小数):

(1)  $1.252 \div (-44)$ ;

(2)  $(-356) \div (-0.196)$ .

有理数的加减乘除混合运算, 如无括号指出先做什么运算, 则按照“先乘除, 后加减”的顺序进行.



**例 10** 某公司去年 1~3 月平均每月亏损 1.5 万元, 4~6 月平均每月盈利 2 万元, 7~10 月平均每月盈利 1.7 万元, 11~12 月平均每月亏损 2.3 万元. 这个公司去年总的盈亏情况如何?

解: 记盈利额为正数, 亏损额为负数. 公司去年全年盈亏额(单位: 万元)为

$$(-1.5) \times 3 + 2 \times 3 + 1.7 \times 4 + (-2.3) \times 2$$

$$= -4.5 + 6 + 6.8 - 4.6 = 3.7.$$

这个公司去年全年盈利 3.7 万元.

## 习题1.4

### 复习巩固

1. 计算:

(1)  $(-8) \times (-7)$ ;

(2)  $12 \times (-5)$ ;

(3)  $2.9 \times (-0.4)$ ;

(4)  $-30.5 \times 0.2$ ;

(5)  $100 \times (-0.001)$ ;

(6)  $-4.8 \times (-1.25)$ .

2. 计算:

(1)  $\frac{1}{4} \times \left(-\frac{8}{9}\right)$ ;

(2)  $\left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{3}{10}\right)$ ;

(3)  $-\frac{34}{15} \times 25$ ;

(4)  $(-0.3) \times \left(-\frac{10}{7}\right)$ .

3. 写出下列各数的倒数:

(1)  $-15$ ;

(2)  $-\frac{5}{9}$ ;

(3)  $-0.25$ ;

(4)  $0.17$ ;

(5)  $4 \frac{1}{4}$ ;

(6)  $-5 \frac{2}{5}$ .

4. 计算:

(1)  $-91 \div 13$ ;

(2)  $-56 \div (-14)$ ;

(3)  $16 \div (-3)$ ;

(4)  $(-48) \div (-16)$ ;

(5)  $\frac{4}{5} \div (-1)$ ;

(6)  $-0.25 \div \frac{3}{8}$ .

5. 填空:

$1 \times (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

$1 \div (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

$1 + (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

$1 - (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

$-1 \times (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

$-1 \div (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

$-1 + (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

$-1 - (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6. 化简下列分数:

(1)  $\frac{-21}{7}$ ;

(2)  $\frac{3}{-36}$ ;

(3)  $\frac{-54}{-8}$ ;

(4)  $\frac{-6}{-0.3}$ .

7. 计算:

(1)  $-2 \times 3 \times (-4)$ ;

(2)  $-6 \times (-5) \times (-7)$ ;

- (3)  $\left(-\frac{8}{25}\right) \times 1.25 \times (-8)$ ; (4)  $0.1 \div (-0.001) \div (-1)$ ;  
 (5)  $\left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-1\frac{1}{2}\right) \div \left(-2\frac{1}{4}\right)$ ; (6)  $-6 \times (-0.25) \times \frac{11}{14}$ ;  
 (7)  $(-7) \times (-56) \times 0 \div (-13)$ ; (8)  $-9 \times (-11) \div 3 \div (-3)$ .

**8. 计算:**

- (1)  $23 \times (-5) - (-3) \div \frac{3}{128}$ ;  
 (2)  $-7 \times (-3) \times (-0.5) + (-12) \times (-2.6)$ .

**综合运用 ►►**

**9. 用计算器计算 (结果保留两位小数):**

- (1)  $(-36) \times 128 \div (-74)$ ; (2)  $-6.23 \div (-0.25) \times 940$ ;  
 (3)  $-4.325 \times (-0.012) - 2.31 \div (-5.315)$ ;  
 (4)  $180.65 - (-32) \times 47.8 \div (-15.5)$ .

**10. 用正负数填空:**

- (1) 小商店平均每天可赢利 250 元, 一个月(按 30 天计算)的利润是\_\_\_\_\_元;  
 (2) 小商店每天亏损 20 元, 一周的利润是\_\_\_\_\_元;  
 (3) 小商店一周的利润是 1 400 元, 平均每天的利润是\_\_\_\_\_元;  
 (4) 小商店一周共亏损 840 元, 平均每天的利润是\_\_\_\_\_元.

**11. 一架直升机从高度为 450 米的位置开始, 先以 20 米/秒的速度上升 60 秒, 后以 12 米/秒的速度下降 120 秒, 这时直升机所在高度是多少?**

**12. 当  $a = -3$ ,  $b = -6$ ,  $c = 3.6$ ,  $d = -2.5$  时, 计算下列各式的值:**

- (1)  $ac + bd$ ; (2)  $a \div b - c \div d$ ;  
 (3)  $(a+b)c$ ; (4)  $(a-b) \div d$ .

**拓广探索 ►►**

**13. 用 “ $>$ ” “ $<$ ” 或 “ $=$ ” 号填空:**

- (1) 如果  $a < 0$ ,  $b > 0$ , 那么  $a \cdot b$  \_\_\_\_ 0,  $\frac{a}{b}$  \_\_\_\_ 0;  
 (2) 如果  $a > 0$ ,  $b < 0$ , 那么  $a \cdot b$  \_\_\_\_ 0,  $\frac{a}{b}$  \_\_\_\_ 0;  
 (3) 如果  $a < 0$ ,  $b < 0$ , 那么  $a \cdot b$  \_\_\_\_ 0,  $\frac{a}{b}$  \_\_\_\_ 0;

(4) 如果  $a=0$ ,  $b \neq 0$ , 那么  $a \cdot b = 0$ , 那么  $\frac{a}{b} = 0$ .

14. 计算  $2 \times 1$ ,  $2 \times \frac{1}{2}$ ,  $2 \times (-1)$ ,  $2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ . 联系这类具体的数的乘法, 你认为一个非 0 有理数一定小于它的 2 倍吗? 为什么?

15. 计算  $(-4) \div 2$ ,  $4 \div (-2)$ ,  $(-4) \div (-2)$ . 联系这类具体的数的除法, 你认为  $a$ ,  $b$  是有理数,  $b \neq 0$ , 下列式子是否成立? 从它们可以总结什么规律?

$$(1) \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b};$$

$$(2) \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}.$$

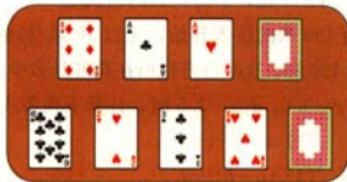


## 观察与猜想

选学

### 翻牌游戏中的数学道理

桌上有 9 张正面向上的扑克牌, 每次翻动其中任意 2 张 (包括已翻过的牌), 使它们从一面向上变为另一面向上, 这样一直做下去, 观察能否使所有的牌都反面向上?



你不妨试一试, 看看会不会出现所有牌都反面向上.

事实上, 不论你翻多少次, 都不会使 9 张牌都反面向上. 从这个结果, 你能想到其中的数学道理吗?

如果在每张牌的正面都写 1, 反面都写  $-1$ , 考虑所有牌朝上一面的数的积. 开始 9 张牌都正面向上, 上面的数的积是 1. 每次翻动 2 张, 就是说有 2 张牌同时改变符号, 这能改变朝上一面的数的积是 1 这一结果吗? 9 张牌都反面向上时, 上面的数的积是什么数? 这种现象为什么不会出现?

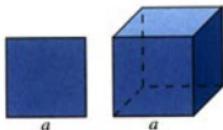
你能解释为什么不会使 9 张牌都反面向上了吗?

如果桌上有任意奇数张牌, 猜想结果会是怎样?

# 1.5

## 有理数的乘方

### 1.5.1 乘方



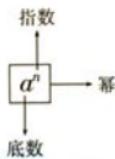
边长为  $a$  的正方形的面积是  $a \cdot a$ , 棱长为  $a$  的正方体的体积是  $a \cdot a \cdot a$ .

$a \cdot a$  简记作  $a^2$ , 读作  $a$  的平方 (或二次方);

$a \cdot a \cdot a$  简记作  $a^3$ , 读作  $a$  的立方 (或三次方).

一般地,  $n$  个相同的因数  $a$  相乘, 即  $\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n\text{个}}$ ,

记作  $a^n$ , 读作  $a$  的  $n$  次方.



求  $n$  个相同因数的积的运算, 叫做乘方, 乘方的结果叫做幂 (power). 在  $a^n$  中,  $a$  叫做底数 (base number),  $n$  叫做指数 (exponent), 当  $a^n$  看作  $a$  的  $n$  次方的结果时, 也可读作  $a$  的  $n$  次幂.

例如, 在  $9^4$  中, 底数是 9, 指数是 4,  $9^4$  读作 9 的 4 次方, 或 9 的 4 次幂.

一个数可以看作这个数本身的一次方. 例如, 5 就是  $5^1$ . 指数 1 通常省略不写.

因为  $a^n$  就是  $n$  个  $a$  相乘, 所以可以利用有理数的乘法运算来进行有理数的乘方运算.

**例 1** 计算:

$$(1) (-4)^3; \quad (2) (-2)^4.$$

$$\begin{aligned} \text{解: } (1) (-4)^3 &= (-4) \times (-4) \times (-4) \\ &= -64; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) (-2)^4 &= (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \\ &= 16. \end{aligned}$$

**例 2** 用计算器计算 $(-8)^5$  和 $(-3)^6$ .

解：用带符号键 $(-)$ 的计算器.

$$((-) 8) \wedge 5 =$$

显示： $(-8)^5$

-32768.

$$((-) 3) \wedge 6 =$$

显示： $(-3)^6$

729.

用带符号转换键 $+/-$ 的计算器.

$$8 (+/-) \wedge 5 =$$

显示：-32768.

$$3 (+/-) \wedge 6 =$$

显示：729.

所以  $(-8)^5 = -32768$ ,  $(-3)^6 = 729$ .



### 观察

从例 1 和例 2, 你发现负数的幂的正负有什么规律?

当指数是\_\_\_\_数时, 负数的幂是\_\_\_\_数;

当指数是\_\_\_\_数时, 负数的幂是\_\_\_\_数.

根据有理数的乘法法则可以得出：

负数的奇次幂是负数, 负数的偶次幂是正数.

显然, 正数的任何次幂都是正数, 0 的任何次幂都是 0.



### 练习

1. 计算:

$$\begin{array}{llll} (1) (-1)^{10}; & (2) (-1)^7; & (3) 8^3; & (4) (-5)^3; \\ (5) 0.1^3; & (6) \left(-\frac{1}{2}\right)^4; & (7) (-10)^4; & (8) (-10)^5. \end{array}$$

2. 用计算器计算:

$$(1) (-11)^6; \quad (2) 16^7; \quad (3) 8.4^3; \quad (4) (-5.6)^3.$$

做有理数的混合运算时,应注意以下运算顺序:

1. 先乘方,再乘除,最后加减;
2. 同级运算,从左到右进行;
3. 如有括号,先做括号内的运算,按小括号、中括号、大括号依次进行.

**例3** 计算:  $(-2)^3 + (-3) \times [(-4)^2 + 2] - (-3)^2 \div (-2)$ .

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= -8 + (-3) \times (16 + 2) - 9 \div (-2) \\ &= -8 + (-3) \times 18 - (-4.5) \\ &= -8 - 54 + 4.5 = -57.5. \end{aligned}$$

**例4** 观察下面三行数:

$$-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots; \quad ①$$

$$0, 6, -6, 18, -30, 66, \dots; \quad ②$$

$$-1, 2, -4, 8, -16, 32, \dots; \quad ③$$

- (1) 第①行数按什么规律排列?
- (2) 第②③行数与第①行数分别有什么关系?
- (3) 取每行数的第10个数,计算这三个数的和.

**解:** (1) 第①行数是

$$-2, (-2)^2, (-2)^3, (-2)^4, \dots$$

- (2) 对比①②两行中位置对应的数,你有什么发现?  
第②行数是第①行相应的数加2,即

联系数的乘方,从符号与绝对值两方面考虑①的排列规律.

$-2+2, (-2)^2+2, (-2)^3+2, (-2)^4+2, \dots$

对比①③两行中位置对应的数，你有什么发现？

第③行数是第①行相应的数的 0.5 倍，即

$$-2 \times 0.5, (-2)^2 \times 0.5, (-2)^3 \times 0.5,$$

$$(-2)^4 \times 0.5, \dots$$

(3) 每行数中的第 10 个数的和是

$$(-2)^{10} + [(-2)^{10} + 2] + (-2)^{10} \times 0.5$$

$$= 1024 + (1024 + 2) + 1024 \times 0.5$$

$$= 1024 + 1026 + 512 = 2562.$$

### 练习

计算：

$$(1) (-1)^{10} \times 2 + (-2)^3 \div 4; \quad (2) (-5)^3 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4;$$

$$(3) \frac{11}{5} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{11} \div \frac{5}{4}; \quad (4) (-10)^4 + [(-4)^2 - (3+3^2) \times 2].$$

## 1.5.2 科学记数法

现实中，我们会遇到一些比较大的数。例如，太阳的半径，光的速度，目前世界人口（图 1.5-1）等。读、写这样大的数有一定困难。



图 1.5-1

观察 10 的乘方有如下的特点：

$$10^2 = 100, 10^3 = 1000, 10^4 = 10000, \dots$$

一般地， $10$  的  $n$  次幂等于  $10 \cdots 0$ （在  $1$  的后面有  $n$  个  $0$ ），所以可以利用  $10$  的乘方表示一些大数，例如

$$567\,000\,000 = 5.67 \times 100\,000\,000 = 5.67 \times 10^8,$$

读作“ $5.67$  乘  $10$  的  $8$  次方（幂）”。

这样不仅可以使书写简短，同时还便于读数。

像上面这样，把一个大于  $10$  的数表示成  $a \times 10^n$  的形式（其中  $a$  是整数数位只有一位的数， $n$  是正整数），使用的是科学记数法。

**例 5** 用科学记数法表示下列各数：

$$1\,000\,000, 57\,000\,000, 123\,000\,000\,000.$$

解： $1\,000\,000 = 10^6,$

$$57\,000\,000 = 5.7 \times 10^7,$$

$$123\,000\,000\,000 = 1.23 \times 10^{11}.$$

 观察

上面的式子中，等号左边整数的位数与右边  $10$  的指数有什么关系？



如果一个数是 6 位整数，用科学记数法表示它时， $10$  的指数是多少？如果一个数有 9 位整数呢？

用科学记数法表示一个  $n$  位整数，其中  $10$  的指数是\_\_\_\_\_。



### 练习

1. 用科学记数法写出下列各数:  
10 000, 800 000, 56 000 000, 7 400 000.
2. 下列用科学记数法写出的数, 原来分别是什么数?  
 $1 \times 10^7$ ,  $4 \times 10^3$ ,  $8.5 \times 10^6$ ,  
 $7.04 \times 10^5$ ,  $3.96 \times 10^4$ .

本章引言中有  $1$  纳米  $= 10^{-9}$  米, 这是什么意思呢?

$1$  纳米是非常小的长度单位,  $1$  米是  $1$  纳米的  $10$  亿倍,也就是说  $1$  纳米是  $1$  米的十亿分之一. 两者之间的单位换算关系可以表示为

$$1 \text{ 米} = 10^9 \text{ 纳米}, \text{ 或者 } 1 \text{ 纳米} = \frac{1}{10^9} \text{ 米}.$$

在科学记数法中, 后一式子表示为

$$1 \text{ 纳米} = 10^{-9} \text{ 米}.$$

### 1.5.3 近似数和有效数字



先看一个例子. 对于参加同一个会议的人数, 有两个报道. 一个报道说: “会议秘书处宣布, 参加今天会议的有 513 人.” 这里数字 513 确切地反映了实际人数, 它是一个准确数. 另一报道说: “约有 500 人参加了今天的会议.” 500 这个数只是接近实际人数, 但与实际人数还有差别, 它是一个近似数 (approximate number).

在许多情况下, 很难取得准确数, 或者不必使用准确数, 而可以使用近似数. 例如, 宇宙现在的年龄约为 200 亿年, 长江长约 6 300 千米, 圆周率  $\pi$  约为 3.14, 这些数都是近似数.

近似数与准确数的接近程度，可以用精确度表示。例如，前面的 500 是精确到百位的近似数，它与准确数 513 的误差为 13。

按四舍五入法对圆周率  $\pi$  取近似数时，有

$\pi \approx 3$ （精确到个位），

$\pi \approx 3.1$ （精确到 0.1，或叫做精确到十分位），

$\pi \approx 3.14$ （精确到 0.01，或叫做精确到百分位），

$\pi \approx 3.142$ （精确到\_\_\_\_，或叫做精确到\_\_\_\_\_），

$\pi \approx 3.1416$ （精确到\_\_\_\_，或叫做精确到\_\_\_\_\_），

……

规定有效数字的个数，也是对近似数精确程度的一种要求。一般说，对于同一个数取近似值时，有效数字个数越多，精确程度越高。

从一个数的左边第一个非 0 数字起，到末位数字止，所有数字都是这个数的**有效数字** (significant digit)。例如，0.025 有两个有效数字：2, 5；1 500 有 4 个有效数字：1, 5, 0, 0；0.103 有 3 个有效数字：1, 0, 3。对于用科学记数法表示的数  $a \times 10^n$ ，规定它的有效数字就是  $a$  中的有效数字。例如， $5.104 \times 10^6$  有 4 个有效数字：5, 1, 0, 4。

**例 6** 按括号内的要求，用四舍五入法对下列各数取近似数：

(1) 0.015 8 (精确到 0.001)；

(2) 30 435 (保留 3 个有效数字)；

(3) 1.804 (保留 2 个有效数字)；

(4) 1.804 (保留 3 个有效数字)。

**解：**(1)  $0.015\ 8 \approx 0.016$ ；

(2)  $30\ 435 \approx 3.04 \times 10^4$ ；

(3)  $1.804 \approx 1.8$ ；

(4)  $1.804 \approx 1.80$ 。

这里的 1.8 和  
1.80 的精确度相同  
吗？表示近似数时，  
能简单地把 1.80 后  
面的 0 去掉吗？



### 练习

1. 用四舍五入法对下列各数取近似数：

- (1) 0.003 56 (保留 2 个有效数字);
- (2) 61 235 (保留 3 个有效数字);
- (3) 1.893 5 (精确到 0.001);
- (4) 0.057 1 (精确到 0.1).

2. 2002 年，中国有劳动力约 720 000 000 人，失业下岗人员约 14 000 000 人，每年新增劳动力约 10 000 000 人，进城打工的农民约 120 000 000 人，这些数字说明解决就业问题是一项长期艰巨的任务，只有加快改革开放，才能扩大就业，全面建设小康社会。请把以上近似数表示为保留 3 个有效数字的形式。

## 习题 1.5

### 复习巩固



#### 1. 计算：

(1) $(-3)^3$ ;	(2) $(-2)^4$ ;
(3) $(-1.7)^2$ ;	(4) $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$ ;
(5) $-(-2)^3$ ;	(6) $(-2)^2 \cdot (-3)^2$ .

#### 2. 用计算器计算：

(1) $(-12)^8$ ;	(2) $103^4$ ;
(3) $7.12^3$ ;	(4) $(-45.7)^3$ .

#### 3. 计算：

(1) $(-1)^{100} \times 5 + (-2)^4 \div 4$ ;
(2) $(-3)^3 - 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^4$ ;
(3) $\frac{7}{6} \times \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{14} \div \frac{3}{5}$ ;

$$(4) (-10)^3 + [(-4)^2 - (1-3^2) \times 2].$$

4. 用科学记数法表示下列各数:

- (1) 235 000 000; (2) 188 520 000;  
(3) 701 000 000 000; (4) -38 000 000.

5. 下列用科学记数法表示的数, 原来各是什么数?

$$3 \times 10^7, 1.3 \times 10^3, 8.05 \times 10^6, 2.004 \times 10^5, -1.96 \times 10^4.$$

6. 用四舍五入法对下列各数取近似数:

- (1) 0.003 56 (精确到 0.000 1);  
(2) 5 661 235 (保留 3 个有效数字);  
(3) 3.895 3 (精确到 0.01);  
(4) 0.057 1 (保留 2 个有效数字).

### 综合运用

7.

平方等于9的数是几?

立方等于27的数是几?



8. 一个长方体的长、宽都是  $a$ , 高是  $b$ , 它的体积和表面积怎样计算? 当  $a=2$ ,  $b=5$  时, 它的体积和表面积是多少?
9. 地球绕太阳公转的速度约是  $1.1 \times 10^5$  千米/时, 声音在空气中的传播速度约是 330 米/秒, 试比较两个速度的大小.
10. 一天有  $8.64 \times 10^4$  秒, 一年按 365 天计算, 一年有多少秒 (用科学记数法表示)?

### 拓广探索

11. (1) 计算  $0.1^2, 1^2, 10^2, 100^2$ . 观察这些结果, 底数的小数点向左 (右) 移动一位时, 平方数小数点有什么移动规律?
- (2) 计算  $0.1^3, 1^3, 10^3, 100^3$ . 观察这些结果, 底数的小数点向左 (右) 移动一位时, 立方数小数点有什么移动规律?
- (3) 计算  $0.1^4, 1^4, 10^4, 100^4$ . 观察这些结果, 底数的小数点向左 (右) 移动一位时, 四次方数小数点有什么移动规律?

12. 计算 $(-2)^2$ ,  $2^2$ ,  $(-2)^3$ ,  $2^3$ . 联系这类具体的数的乘方, 你认为当  $a < 0$  时下列各式是否成立?

(1)  $a^2 > 0$ ;

(2)  $a^2 = (-a)^2$ ;

(3)  $a^2 = -a^2$ ;

(4)  $a^3 = -a^3$ .



## 阅读与思考

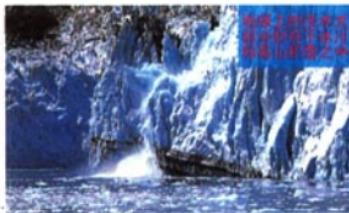
选学

### 关于淡水量的计算与思考

据科学家估计, 地球储水总量为  $1.42 \times 10^{18}$  米<sup>3</sup>, 而淡水总量却只占其中的 2.53%. 这些淡水的 68.7% 又封存于两极冰川和高山永久性积雪之中, 这么一来, 地球上可利用淡水不到地球储水总量的 1%, 它们存在于地下蓄水层、河流、湖泊、土壤、沼泽、植物和大气层中, 这当中又有很大一部分不易取得.

21 世纪初, 世界人口约 61 亿, 请同学们根据以上的资料, 计算一下世界人均可利用淡水占有量大约是多少立方米 (用科学记数法表示).

中国人口约 12.95 亿, 估计中国的可利用淡水量仅占世界的 8%, 中国人均可利用淡水占有量大约是世界人均值的多少? 根据联合国公布的标准, 每人每年供水不足 1 000 米<sup>3</sup> 的国家, 即为缺水国家. 中国是不是缺水国家? 我们应该怎样对待淡水资源?





## 数学活动

**活动1** 帮助家庭记录一个月（或一周）的生活收支账目，收入记为正数，支出记为负数，计算当月（周）的总收入、总支出、总节余以及每日平均支出等数据。妥善保存账目，作为日后家庭理财的参考资料。

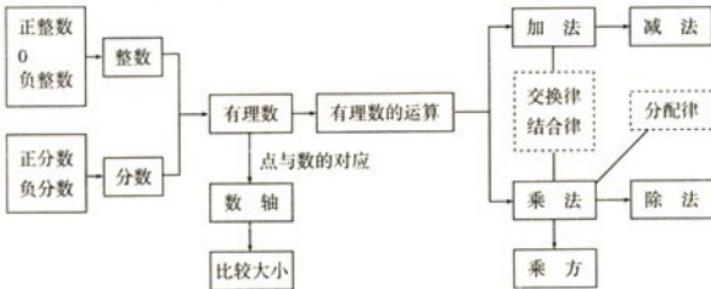
**活动2** 根据北京一月份某周的气温情况（可查阅天气预报的有关资料），计算北京这周每天的温差以及这周的平均最高气温、平均最低气温和平均温差。

**活动3** 熟悉你所用的计算器有关有理数运算的功能和操作方法，对于包含乘方、乘除与加减运算的算式，考虑怎样操作计算器最简便，实习这样的操作，并与同学进行交流。

**活动4** 收集现实生活中你认为非常大的数据的实例，体会科学记数法和近似数等在实际中的应用。

# 小结

## 一、本章知识结构图



## 二、回顾与思考

- 为什么要引入负数？举出实例说明正数和负数在表示相反意义的量时的作用。
- 数的范围从正整数、0 和正分数扩充到有理数后，增加了哪些数？减法中哪些原来不能进行的运算可以进行了？
- 怎样用数轴表示有理数？数轴与普通直线有什么不同？怎样用数轴解释绝对值和相反数？
- 有理数的加法与减法有什么关系，乘法与除法有什么关系？有理数的混合运算都能转化为加法与乘法运算吗？
- 有理数满足哪些运算律？结合例子说明在有理数运算中运算律以及估算的作用。

## 复习题1

### 复习巩固

1. 在数轴上表示下列各数，并按从小到大的顺序用“ $<$ ”把这些数连接起来：

$$3.5, -3.5, 0, 2, -2, -1.6, -\frac{1}{3}, 0.5.$$

2. 已知  $x$  是整数，并且  $-3 < x < 4$ ，在数轴上表示  $x$  可能取的所有数值。

3. 设  $a = -2$ ,  $b = -\frac{2}{3}$ ,  $c = 5.5$ ，分别写出  $a$ ,  $b$ ,  $c$  的绝对值、相反数和倒数。

4. 互为相反数的两数的和是多少？互为倒数的两数的积是多少？

5. 计算：

$$(1) -150 + 250; \quad (2) -15 + (-23);$$

$$(3) -5 - 65; \quad (4) -26 - (-15);$$

$$(5) -6 \times (-16); \quad (6) -\frac{1}{3} \times 27;$$

$$(7) 8 \div (-16); \quad (8) -25 \div \left(-\frac{2}{3}\right);$$

$$(9) (-0.02) \times (-20) \times (-5) \times 4.5;$$

$$(10) (-6.5) \times (-2) \div \left(-\frac{1}{3}\right) \div (-5);$$

$$(11) 6 + \left(-\frac{1}{5}\right) - 2 - (-1.5);$$

$$(12) -66 \times 4 - (-2.5) \div (-0.1);$$

$$(13) (-2)^2 \times 5 - (-2)^3 \div 4;$$

$$(14) -(3-5) + 3^2 \times (1-3).$$

6. 用四舍五入法，按括号内的要求，对下列各数取近似值：

$$(1) 245.635 \quad (\text{精确到 } 0.1);$$

$$(2) 0.0545 \quad (\text{精确到 } 0.01);$$

$$(3) 17565 \quad (\text{精确到百位});$$

$$(4) 0.0335 \quad (\text{保留 } 2 \text{ 个有效数字});$$

$$(5) 12.004 \quad (\text{保留 } 4 \text{ 个有效数字});$$

$$(6) 6537800 \quad (\text{保留 } 3 \text{ 个有效数字}).$$

## 综合运用

7. 勇士排球队四场比赛的成绩(五局三胜制)是1:3, 3:2, 0:3, 3:1, 总的净胜局数是多少?
8. 下列各数是10名学生的数学考试成绩, 先估算他们的平均成绩, 然后在此基础上计算平均成绩, 由此检验你的估值能力.
- 82, 83, 78, 66, 95, 75, 56, 93, 82, 81.
9. 当温度每上升1℃时, 某种金属丝伸长0.002 mm. 反之, 当温度每下降1℃时, 金属丝缩短0.002 mm. 把15℃的金属丝加热到60℃, 再使它冷却降温到5℃, 金属丝的长度经历了怎样的变化? 最后的长度比原长度伸长多少?
10. 一年之中地球与太阳之间的距离随时间而变化, 1个天文单位是地球与太阳之间的平均距离, 即1.4960亿千米. 试用科学记数法表示1个天文单位是多少千米(保留4个有效数字).

## 拓广探索

11. 已知 $a = -2$ ,  $b = -\frac{3}{4}$ ,  $c = 1.5$ , 计算下列各式的值:

(1)  $a^3 + 2b - 4c$ ;      (2)  $(a-b) \times (-4) + (a+c) \div b$ .

12. 结合具体的数的运算, 归纳有关特例, 然后比较下列数的大小:

- (1) 小于1的正数 $a$ ,  $a$ 的平方,  $a$ 的立方;
- (2) 大于-1的负数 $b$ ,  $b$ 的平方,  $b$ 的立方.

13. 结合具体的数, 通过特例进行归纳, 然后判断下列说法的对错. 认为对, 说明理由; 认为错, 举出反例.

- (1) 任何数都不等于它的相反数;
- (2) 互为相反数的两个数的同一偶数次方相等;
- (3) 如果 $a$ 大于 $b$ , 那么 $a$ 的倒数小于 $b$ 的倒数.

2b 表示 2  
乘  $b$ , 4c 表示  
4 乘  $c$ .