第八章　二元一次方程组

8

	胜	负	合计
场　数	x	y	22
积　分	$2x$	y	40

$$\begin{cases} x+y=22 \\ 2x+y=40 \end{cases}$$

我们来看一个问题.

篮球联赛中，每场比赛都要分出胜负，每队胜1场得2分，负1场得1分. 某队为了争取较好名次，想在全部22场比赛中得到40分，那么这个队胜负场数应分别是多少？

你会用已经学过的一元一次方程解决这个问题吗？

在上面的问题中，要求的是两个未知数. 如果这个问题用一元一次方程来解决，要稍加思索，因为在列方程时要用一个未知数去表示另一个未知数. 能不能根据题意直接设两个未知数，使列方程变得容易呢？我们就从这个想法出发开始本章的学习.

本章中，我们将从实际问题谈起，认识二元一次方程组，学会解二元一次方程组的方法，并运用二元一次方程组解决一些实际问题. 通过本章的学习，你将对方程（组）有新的认识.

8.1 二元一次方程组

思考

引言中的问题包含了哪些必须同时满足的条件？设胜的场数是 x，负的场数是 y，你能用方程把这些条件表示出来吗？

由问题知道，题中包含两个必须同时满足的条件：

胜的场数＋负的场数＝总场数，

胜场积分＋负场积分＝总积分.

这两个条件可以用方程

$$x+y=22,$$
$$2x+y=40$$

表示.

这两个方程有什么特点？与一元一次方程有什么不同？

上面两个方程中，每个方程都含有两个未知数（x 和 y），并且未知数的指数都是 1，像这样的方程叫做**二元一次方程**（linear equation of two unknowns）.

上面的问题中包含两个必须同时满足的条件，也就是未知数 x、y 必须同时满足方程

$$x+y=22 \quad ①$$

和

$$2x+y=40. \quad ②$$

把这两个方程合在一起，写成

$$\begin{cases} x+y=22, \\ 2x+y=40. \end{cases}$$

像这样，把两个二元一次方程合在一起，就组成了一个**二元一次方程组**（system of linear equations of two unknowns）.

探究

满足方程①，且符合问题的实际意义的 x，y 的值有哪些？把它们填入表中.

x																						
y																						

上表中哪对 x，y 的值还满足方程②？

由上表可知，$x=0$，$y=22$；$x=1$，$y=21$……$x=22$，$y=0$ 使方程 $x+y=22$ 两边的值相等，它们是方程 $x+y=22$ 的解. 如果不考虑方程 $x+y=22$ 与上面实际问题的联系，那么 $x=-1$，$y=23$；$x=0.5$，$y=21.5$……也都是这个方程的解. 一般地，使二元一次方程两边的值相等的两个未知数的值，叫做**二元一次方程的解**.

我们还发现，$x=18$，$y=4$ 既满足方程①，又满足方程②，也就是说它们是方程①与方程②的公共解. 我们把 $x=18$，$y=4$ 叫做二元一次方程组

$$\begin{cases} x+y=22, \\ 2x+y=40 \end{cases}$$

的解. 这个解通常记作

$$\begin{cases} x=18, \\ y=4. \end{cases}$$

联系前面的问题可知，这个队应在全部比赛中胜 18 场负 4 场. 一般地，二元一次方程组的两个方程的公共解，叫做**二元一次方程组的解**.

练习

列出二元一次方程组，并根据问题的实际意义找出问题的解.

加工某种产品需经两道工序，第一道工序每人每天可完成 900 件，第二道工序每人每天可完成 1 200 件. 现有 7 位工人参加这两道工序，应怎样安排人力，才能使每天第一、第二道工序所完成的件数相等？

习题8.1

复习巩固

1. 填表，使上下每对 x，y 的值是方程 $3x+y=5$ 的解.

x	-2	0	0.4	2			
y					-0.5	-1	0	3

2. 选择题. 方程组

$$\begin{cases}3x+4y=5,\\-7x+9y=-\dfrac{5}{2}\end{cases}$$

的解是（　）

(A) $\begin{cases}x=2,\\y=-0.25.\end{cases}$　(B) $\begin{cases}x=-5.5,\\y=4.\end{cases}$　(C) $\begin{cases}x=1,\\y=0.5.\end{cases}$　(D) $\begin{cases}x=-1,\\y=-0.5.\end{cases}$

综合运用

3. 如果三角形三个内角分别是 $x°$，$y°$，$y°$，求 x，y 满足的关系式. 当 $x=90$ 时，y 是多少？当 $y=60$ 时，x 是多少？

4. 我国古代数学著作《孙子算经》中有“鸡兔同笼”问题：“今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问鸡兔各几何？”你能用二元一次方程组表示题中的数量关系吗？试找出问题的解.

拓广探索

5. 足球联赛得分规定如图，某队在足球联赛的 4 场比赛中得 6 分，这个队胜了几场，平了几场，负了几场？

（第 5 题）

8.2 消 元

在 8.1 中我们已经看到，直接设两个未知数（设胜 x 场，负 y 场），可以列方程组 $\begin{cases} x+y=22, \\ 2x+y=40 \end{cases}$ 表示本章引言中问题的数量关系. 如果只设一个未知数（设胜 x 场），这个问题也可以用一元一次方程

_____

来解.

观 察

上面的二元一次方程组和一元一次方程有什么关系？

可以发现，二元一次方程组中第 1 个方程 $x+y=22$ 说明 $y=22-x$，将第 2 个方程 $2x+y=40$ 的 y 换为 $22-x$，这个方程就化为一元一次方程 $2x+(22-x)=40$. 解这个方程，得 $x=18$. 把 $x=18$ 代入 $y=22-x$，得 $y=4$. 从而得到这个方程组的解.

二元一次方程组中有两个未知数，如果消去其中一个未知数，将二元一次方程组转化为我们熟悉的一元一次方程，我们就可以先解出一个未知数，然后再设法求另一未知数. 这种将未知数的个数由多化少、逐一解决的想法，叫做消元思想.

归纳

上面的解法，是由二元一次方程组中一个方程，将一个未知数用含另一未知数的式子表示出来，再代入另一方程，实现消元，进而求得这个二元一次方程组的解．这种方法叫做**代入消元法**，简称**代入法**（substitution method）．

例 1 用代入法解方程组

$$\begin{cases} x-y=3, & ① \\ 3x-8y=14. & ② \end{cases}$$

分析：方程①中 x 的系数是 1，用含 y 的式子表示 x，比较简便．

把③代入①可以吗？试试看．

解：由①，得

$$x=y+3. \qquad ③$$

把③代入②，得

$$3(y+3)-8y=14.$$

解这个方程，得

$$y=-1.$$

把 $y=-1$ 代入③或②可以吗？

把 $y=-1$ 代入③，得

$$x=2.$$

所以这个方程组的解是

$$\begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$$

例 2 根据市场调查，某种消毒液的大瓶装（500 g）和小瓶装（250 g）两种产品的销售数量比（按瓶计算）为 2∶5．某厂每天生产这种消毒液 22.5 吨，这些消毒液应该分装大、小瓶装两种产品各多少瓶？

分析：问题中包含两个条件：

大瓶数：小瓶数＝2：5，

大瓶所装消毒液＋小瓶所装消毒液＝总生产量.

解：设这些消毒液应分装 x 大瓶和 y 小瓶.

根据大、小瓶数的比以及消毒液分装量与总生产量的相等关系，得

$$\begin{cases} 5x=2y, & ① \\ 500x+250y=22\ 500\ 000. & ② \end{cases}$$

由①，得

$$y=\frac{5}{2}x. \qquad ③$$

把③代入②，得

$$500x+250\times\frac{5}{2}x=22\ 500\ 000.$$

解这个方程，得

$$x=20\ 000.$$

把 $x=20\ 000$ 代入③，得

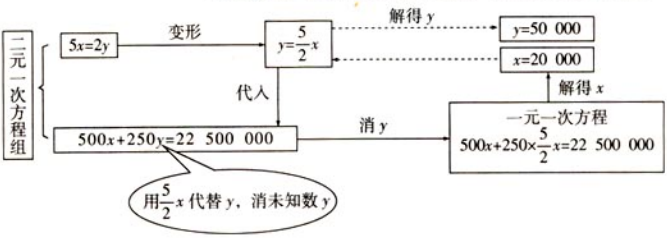
$$y=50\ 000.$$

这个方程组的解是

$$\begin{cases} x=20\ 000, \\ y=50\ 000. \end{cases}$$

答：这个工厂一天应生产 20 000 大瓶和 50 000 小瓶消毒液.

上面解方程组的过程可以用下面的框图表示：



讨论

解这个方程组时，可以先消 x 吗？试试看.

练习

1. 把下列方程写成用含 x 的式子表示 y 的形式：

   (1) $2x-y=3$；

   (2) $3x+y-1=0$.

2. 用代入法解下列方程组：

   (1) $\begin{cases} y=2x-3, \\ 3x+2y=8; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2x-y=5, \\ 3x+4y=2. \end{cases}$

3. 有 48 个队 520 名运动员参加篮、排球比赛，其中篮球队每队 10 人，排球队每队 12 人，每个运动员只参加一种比赛. 篮、排球队各有多少队参赛？

4. 张翔从学校出发骑自行车去县城，中途因道路施工步行一段路，1 小时后到达县城. 他骑车的平均速度是 25 千米/时，步行的平均速度是 5 千米/时，路程全长 20 千米. 他骑车与步行各用多少时间？

我们知道，可以用代入消元法解方程组

$$\begin{cases} x+y=22, & ① \\ 2x+y=40. & ② \end{cases}$$

观察

这个方程组的两个方程中，y 的系数有什么关系？利用这种关系你能发现新的消元方法吗？

①－②也能消去未知数 y，求得 x 吗？

这两个方程中未知数 y 的系数相同，②－①可消去未知数 y，得

$$x=18.$$

把 $x=18$ 代入①，得

$$y=4.$$

思考

联系上面的解法，想一想应怎样解方程组

$$\begin{cases}4x+10y=3.6,\\15x-10y=8.\end{cases}$$

归纳

两个二元一次方程中同一未知数的系数相反或相等时，将两个方程的两边分别相加或相减，就能消去这个未知数，得到一个一元一次方程．这种方法叫做**加减消元法**，简称**加减法**（addition-subtraction method）．

例 3 用加减法解方程组

$$\begin{cases}3x+4y=16, & ①\\5x-6y=33. & ②\end{cases}$$

分析：这两个方程中没有同一个未知数的系数相反或相同，直接加减两个方程不能消元．试一试，能否对方程变形，使得两个方程中某个未知数的系数相反或相同．

解：①×3，得

$$9x+12y=48. \quad ③$$

②×2，得

$$10x-12y=66. \quad ④$$

③+④，得

$$19x=114,$$

$$x=6.$$

把 $x=6$ 代入 ①，得

$$3\times6+4y=16,$$

$$4y=-2,$$

$$y=-\frac{1}{2}.$$

把 $x=6$ 代入②可以解得 y 吗？

所以，这个方程组的解是

$$\begin{cases}x=6,\\ y=-\frac{1}{2}.\end{cases}$$

思考

本题如果用加减法消去 x 应如何解？解得的结果与上面一样吗？

例 4 2 台大收割机和 5 台小收割机工作 2 小时收割小麦 3.6 公顷，3 台大收割机和 2 台小收割机工作 5 小时收割小麦 8 公顷，1 台大收割机和 1 台小收割机 1 小时各收割小麦多少公顷？

分析： 如果 1 台大收割机和 1 台小收割机每小时各收割小麦 x 公顷和 y 公顷，那么 2 台大收割机和 5 台小收割机 1 小时收割小麦_____公顷，3 台大收割机和 2 台小收割机 1 小时收割小麦_____公顷，由此进一步考虑两种情况下的工作量.

解：设 1 台大收割机和 1 台小收割机 1 小时各收割小麦 x 公顷和 y 公顷.

根据两种工作方式中的相等关系，得方程组

$$\begin{cases}2(2x+5y)=3.6,\\5(3x+2y)=8.\end{cases}$$

去括号，得

$$\begin{cases}4x+10y=3.6, & ①\\15x+10y=8. & ②\end{cases}$$

②－①，得

$$11x=4.4.$$

解这个方程，得

$$x=0.4.$$

> 将 x, y 的值代入所列方程组检验.

把 $x=0.4$ 代入①，得

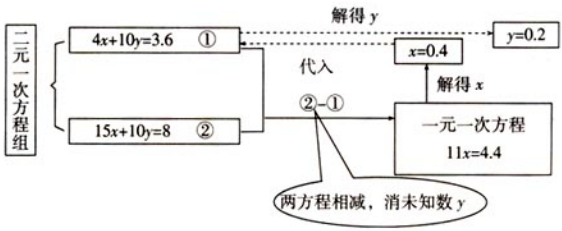
$$y=0.2.$$

这个方程组的解是

$$\begin{cases}x=0.4,\\y=0.2.\end{cases}$$

答：1 台大收割机和 1 台小收割机 1 小时各收割小麦 0.4 公顷和 0.2 公顷.

上面解方程组的过程可以用下面的框图表示：



练习

1. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x+2y=9, \\ 3x-2y=-1; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 5x+2y=25, \\ 3x+4y=15; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x+5y=8, \\ 3x+2y=5; \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 2x+3y=6, \\ 3x-2y=-2. \end{cases}$

2. 一条船顺流航行，每小时行 20 km；逆流航行，每小时行 16 km. 求轮船在静水中的速度与水的流速.

3. 运输 360 吨化肥，装载了 6 节火车皮与 15 辆汽车；运输 440 吨化肥，装载了 8 节火车皮与 10 辆汽车. 每节火车皮与每辆汽车平均各装多少吨化肥？

加减法和代入法是二元一次方程组的两种解法，它们都是通过消元使方程组转化为一元一次方程，只是消元的方法不同. 应根据方程组的具体情况选择更适合它的解法. 你会怎样解下面的方程组？

(1) $\begin{cases} 2x+y=1.5, & ① \\ 3.2x+2.4y=5.2; & ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 4x+8y=12, & ① \\ 3x-2y=5. & ② \end{cases}$

选择你认为最简单的方法解习题 8.1 中第 4 题（“鸡兔同笼”问题）.

习题8.2

复习巩固

1. 把下列方程改写成用含 x 的式子表示 y 的形式：

(1) $\frac{3}{2}x+2y=1$；　　(2) $\frac{1}{4}x+\frac{7}{4}y=2$；

(3) $5x-3y=x+2y$；　　(4) $2(3y-3)=6x+4$.

2. 用代入法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} y=x+3, \\ 7x+5y=9; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 3s-t=5, \\ 5s+2t=15; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 3x+4y=16, \\ 5x-6y=33; \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 4(x-y-1)=3(1-y)-2, \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=2. \end{cases}$

3. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 3u+2t=7, \\ 6u-2t=11; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2a+b=3, \\ 3a+b=4; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-5y=-3, \\ -4x+y=-3; \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}y=-1, \\ 2x+y=3. \end{cases}$

4. 某班去看演出，甲种票每张 24 元，乙种票每张 18 元．如果 35 名同学购票恰好用去 750 元，甲乙两种票各买了多少张？

综合运用

5. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 3(x-1)=y+5, \\ 5(y-1)=3(x+5); \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} \dfrac{2u}{3}+\dfrac{3v}{4}=\dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{4u}{5}+\dfrac{5v}{6}=\dfrac{7}{15}. \end{cases}$

6. 顺风旅行社组织 200 人到花果岭和云水洞旅游，到花果岭的人数是到云水洞的人数的 2 倍少 1 人，到两地旅游的人数各是多少？

7. 甲乙二人相距 6 km，二人同时出发相向而行，1 小时相遇；同时出发同向而行，甲 3 小时可追上乙．二人的平均速度各是多少？

8. 一种蜂王精有大小盒两种包装，3 大盒 4 小盒共装 108 瓶，2 大盒 3 小盒共装 76 瓶．大盒与小盒每盒各装多少瓶？

拓广探索

9. 一个长方形的长减少 5 cm，宽增加 2 cm，就成为一个正方形，并且这两个图形的面积相等，这个长方形的长、宽各是多少？

8.3 再探实际问题与二元一次方程组

前面我们结合实际问题，讨论了用方程组表示问题中的条件以及如何解方程组. 本节我们继续探究如何用二元一次方程组解决实际问题. 同学们可以先独立分析问题中的数量关系，列出方程组，得出问题的解答，然后再互相交流.

探究1

养牛场原有30只母牛和15只小牛，1天约需用饲料675 kg；一周后又购进12只母牛和5只小牛，这时1天约需用饲料940 kg. 饲养员李大叔估计平均每只母牛1天约需饲料18～20 kg，每只小牛1天约需饲料7～8 kg. 你能否通过计算检验他的估计？

分析： 设平均每只母牛和每只小牛1天各约需饲料 x kg 和 y kg.

根据两种情况的饲料用量，找出相等关系，列方程组

$$\begin{cases} \underline{\qquad\qquad\qquad}, \\ \underline{\qquad\qquad\qquad}. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=\underline{\qquad\qquad}, \\ y=\underline{\qquad\qquad}. \end{cases}$$

这就是说，平均每只母牛1天约需饲料____ kg，每只小牛1天约需饲料____ kg. 饲养员李大叔对母牛的食量估计_____，对小牛的食量估计_____.

探究2

据以往的统计资料，甲、乙两种作物的单位面积产量的比是 1∶1.5，现要在一块长 200 m，宽 100 m 的长方形土地上种植这两种作物，怎样把这块地分为两个长方形，使甲、乙两种作物的总产量的比是3∶4（结果取整数）？

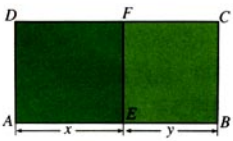


图 8.3-1

分析：如图 8.3-1，一种种植方案为：甲、乙两种作物的种植区域分别为长方形 $AEFD$ 和 $BCFE$. 设 $AE=x$ m，$BE=y$ m，根据问题中涉及长度、产量的数量关系，列方程组

$$\begin{cases} \_\_\_\_\_, \\ \_\_\_\_\_. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=\_\_\_\_\_, \\ y=\_\_\_\_\_. \end{cases}$$

过长方形土地的长边上离一端约_____处，把这块地分为两个长方形. 较大一块地种____种作物，较小一块地种____种作物.

你还能设计其他种植方案吗？

探究3

如图 8.3-2，长青化工厂与 A，B 两地有公路、铁路相连. 这家工厂从 A 地购买一批每吨 1 000元的原料运回工厂，制成每吨 8 000 元的产品运到 B 地. 公路运价为 1.5 元/(吨·千米)，铁路运价为 1.2 元/(吨·千米)，这两次运输共支出公路运费 15 000 元，铁路运费 97 200 元. 这批产品的销售款比原料费与运输费的和多多少元？

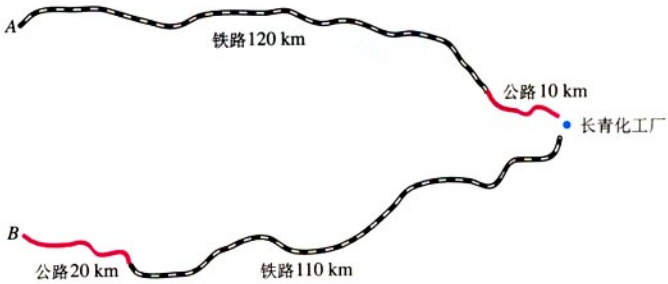


图 8.3-2

分析： 销售款与产品数量有关，原料费与原料数量有关. 设产品重 x 吨，原料重 y 吨. 根据题中数量关系填写下表.

	产品 x 吨	原料 y 吨	合计
公路运费（元）			
铁路运费（元）			
价　值（元）			

题目所求数值是_____，为此需先解出____与____.

由上表，列方程组

$$\begin{cases} \_\_\_\_\_, \\ \_\_\_\_\_. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=\_\_\_\_\_, \\ y=\_\_\_\_\_. \end{cases}$$

因此，这批产品的销售款比原料费与运输费的和多_____元.

从以上探究可以看出，方程组是解决含有多个未知数问题的重要工具. 列出方程组要根据问题中的数量关系，解出方程组的解后，应进一步考虑它是否符合问题的实际意义.

习题8.3

复习巩固

1. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}3x-y=5,\\5y-1=3x+5;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}\dfrac{2x}{3}+\dfrac{3y}{4}=\dfrac{1}{5},\\\dfrac{5x}{6}-\dfrac{5y}{2}=2.\end{cases}$

2. A 市至 B 市的航线长 1 200 km，一架飞机从 A 市顺风飞往 B 市需 2 小时 30 分，从 B 市逆风飞往 A 市需 3 小时 20 分．求飞机的平均速度与风速．

3. 一支部队第一天行军 4 小时，第二天行军 5 小时，两天共行军 98 km，第一天比第二天少走 2 km，第一天和第二天行军的平均速度各是多少？

综合运用

4. 用白铁皮做罐头盒．每张铁皮可制盒身 25 个，或制盒底 40 个，一个盒身与两个盒底配成一套罐头盒．现有 36 张白铁皮，用多少张制盒身，多少张制盒底可以使盒身与盒底正好配套？

5. 有大小两种货车，2 辆大车与 3 辆小车一次可以运货 15.5 吨，5 辆大车与 6 辆小车一次可以运货 35 吨．3 辆大车与 5 辆小车一次可以运货多少吨？

6. 从甲地到乙地的路有一段上坡与一段平路．如果保持上坡每小时走 3 km，平路每小时走 4 km，下坡每小时走 5 km，那么从甲地到乙地需 54 分，从乙地到甲地需 42 分．从甲地到乙地全程是多少？

7. 要用含药 30%和 75%的两种防腐药水，配制含药 50%的防腐药水 18 kg，两种药水各需取多少？

拓广探索 ▶▶

8. 打折前，买 60 件 A 商品和 30 件 B 商品用了 1 080 元，买 50 件 A 商品和 10 件 B 商品用了 840 元．打折后，买 500 件 A 商品和 500 件 B 商品用了 9 600 元．比不打折少花多少钱？
9. 根据一家商店的帐目记录，某天卖出 39 支牙刷和 21 盒牙膏，收入 396 元；另一天，以同样的价格卖出同样的 52 支牙刷和 28 盒牙膏，收入 518 元．这个记录是否有误？如果有误，请说明你认为它有误的理由．

阅读与思考　选学

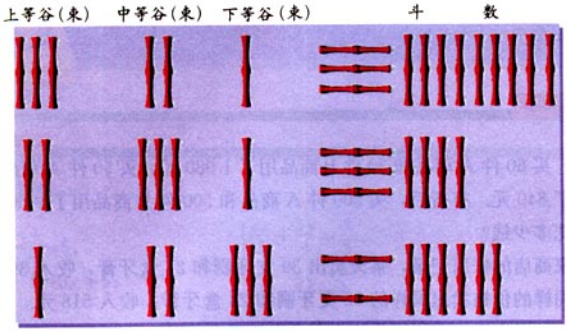
一次方程组的古今表示及解法

我国古代很早就开始对一次方程组进行研究，其中不少成果被收入古代数学著作《九章算术》中．《九章算术》的“方程”章，有许多关于一次方程组的内容．这一章的第一个问题译成现代汉语是这样的：

上等谷 3 束，中等谷 2 束，下等谷 1 束，共是 39 斗；
上等谷 2 束，中等谷 3 束，下等谷 1 束，共是 34 斗；
上等谷 1 束，中等谷 2 束，下等谷 3 束，共是 26 斗．
求上，中，下三等谷每束各是几斗？

斗是过去容积的计量单位．

下页的算筹图代表了古代解决这个问题的方法，它是什么意思呢？



《九章算术》中的算筹图是竖排的．为看图方便，上图改为横排，使三个横行表示三句话的含义．

不妨先用我们熟悉的数学符号来表述怎样解这个有 3 个未知数的问题．

设上等谷每束 x 斗，中等谷每束 y 斗，下等谷每束 z 斗．

根据题意，得三元一次方程组

$$\begin{cases}3x+2y+z=39, & ①\\ 2x+3y+z=34, & ②\\ x+2y+3z=26. & ③\end{cases} \qquad (*)$$

与解二元一次方程组类似，通过消元可以使上面的方程组转化为二元一次方程组，进而求出各未知数．

上图实际上就是用算筹列出的方程组(*)，它省略了各未知数，只用算筹表示出未知数的系数与相应的常数项．

我国古代解方程组时，也用算筹做计算工具，具体解法是：从一个方程累减（或累加）另一个方程．例如，解方程组(*)，将①－②可以消去 z，将③累减②三次也可以消去 z，从而得到二元一次方程组

$$\begin{cases}x-y=5,\\ -5x-7y=-76.\end{cases}$$

这里将③连续三次减去②，与③－②×3 的结果一样．

用现代高等代数的符号可以将方程组(*)表示为

$$\begin{pmatrix}3 & 2 & 1 & 39\\ 2 & 3 & 1 & 34\\ 1 & 2 & 3 & 26\end{pmatrix}$$

这种由数排成的表叫做矩阵．容易看出，这个矩阵与上面的算筹图是一致的，只是用阿拉伯数字替代了算筹．利用矩阵解一次方程组的方法，与前面说的算筹方法也是一致的．我们祖先掌握的上述解法，比起欧洲来，要早一千多年．这是我国古代数学的一个光辉成就．

数学活动

活动 1

(1) 你能把二元一次方程 $x-y=0$ 的一个解用平面直角坐标系中的一个点表示出来吗？在平面直角坐标系，标出一些以方程 $x-y=0$ 的解为坐标的点．过这些点中的任意两点作直线，你有什么发现？在这条直线上任取一点，这个点的坐标是方程 $x-y=0$ 的解吗？

以方程 $x-y=0$ 的解为坐标的点的全体叫做方程 $x-y=0$ 的图象．根据上面的探究想一想：方程 $x-y=0$ 的图象是什么？

(2) 一般地，任何一个二元一次方程的图象都是一条直线．根据这个结论，在同一平面直角坐标系中画出二元一次方程组

$$\begin{cases}2x+y=4,\\x-y=-1\end{cases}$$

中两个二元一次方程的图象．

由这两个二元一次方程的图象，能得出这个二元一次方程组的解吗？

活动 2

1996 年的统计资料显示，全世界每天平均有 8 000 人死于与吸烟有关的疾病．我国吸烟者约 3 亿人，占世界吸烟人数的四分之一．比较一年中死于与吸烟有关的疾病的人数占吸烟者总数的百分比，我国比世界其他国家约高 0.1%．

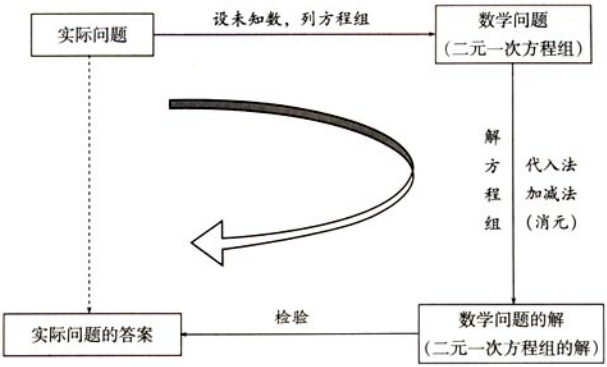
根据上述资料，试用二元一次方程组解决以下问题：

我国及世界其他国家一年中死于与吸烟有关的疾病的人数分别是多少？

从报刊、图书、网络等再搜集一些资料，分析其中的数量关系，编成问题．看看能不能用二元一次方程组解决这些问题．

小　结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

1. 举例说明怎样用代入法和加减法解二元一次方程组．“代入”与“加减”的目的是什么？

2. 用二元一次方程组解决一个实际问题，你能说说用方程组解决实际问题的基本思路吗？

复习题8

复习巩固

1. 用代入法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} a=2b+3, \\ a=3b+20; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x-y=13, \\ x=6y-7; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x-y=4, \\ 4x+2y=-1; \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 5x-y=110, \\ 9y-x=110. \end{cases}$

2. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 3m+b=11, \\ -4m-b=11; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 0.6x-0.4y=1.1, \\ 0.2x-0.4y=2.3; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 4f+g=15, \\ 3g-4f=-3; \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} \frac{1}{2}x+3y=-6, \\ \frac{1}{2}x+y=2. \end{cases}$

3. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 4(x-y-1)=3(1-y)-2, \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=2; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} \frac{2(x-y)}{3}-\frac{x+y}{4}=-1, \\ 6(x+y)-4(2x-y)=16. \end{cases}$

4. 1 号仓库与 2 号仓库共存粮 450 吨，现从 1 号仓库运出存粮的 60%，从 2 号仓库运出存粮的 40%，结果 2 号仓库所余的粮食比 1 号仓库所余的粮食多 30 吨. 1 号仓库与 2 号仓库原来各存粮多少吨？

综合运用

5. 甲乙二人都以不变的速度在环形路上跑步，如果同时同地出发，相向而行，每隔 2 分相遇一次；如果同向而行，每隔 6 分相遇一次. 已知甲比乙跑得快，甲乙每分各跑多少圈？

6. 用 1 块 A 型钢板可制成 2 块 C 型钢板，1 块 D 型钢板；用 1 块 B 型钢板可制成 1 块 C 型钢板，2 块 D 型钢板. 现需 15 块 C 型钢板，18 块 D 型钢板，可恰好用 A 型钢板，B 型钢板各多少块？

7. （我国古代问题）有大小两种盛酒的桶，已经知道 5 个大桶加上 1 个小桶可以盛酒 3 斛（斛，音 hú 是古代的一种容量单位），1 个大桶加上 5 个小桶可以盛酒 2 斛．1 个大桶、1 个小桶分别可以盛酒多少斛？

8. 取一根弹簧，使它悬挂 2 kg 物体时，长度是 16.4 cm；悬挂 5 kg 物体时，长度是 17.9 cm．弹簧应取多长？

（提示：解决这个问题，要用到弹簧悬挂物体的质量与弹簧伸长的长度的关系式 $m=k(l-l_0)$，其中，l_0 是弹簧未挂物体时的长度，k 是一个常数，m 是弹簧悬挂物体的质量，l 是弹簧悬挂 m 千克物体时的长度．）

拓广探索

9. 现有 1 角、5 角、1 元硬币各 10 枚．从中取出 15 枚，共值 7 元．1 角、5 角、1 元硬币各取多少枚？