



# 第十七章 反比例函数





# 17

- 17.1 反比例函数
- 17.2 实际问题与反比例函数

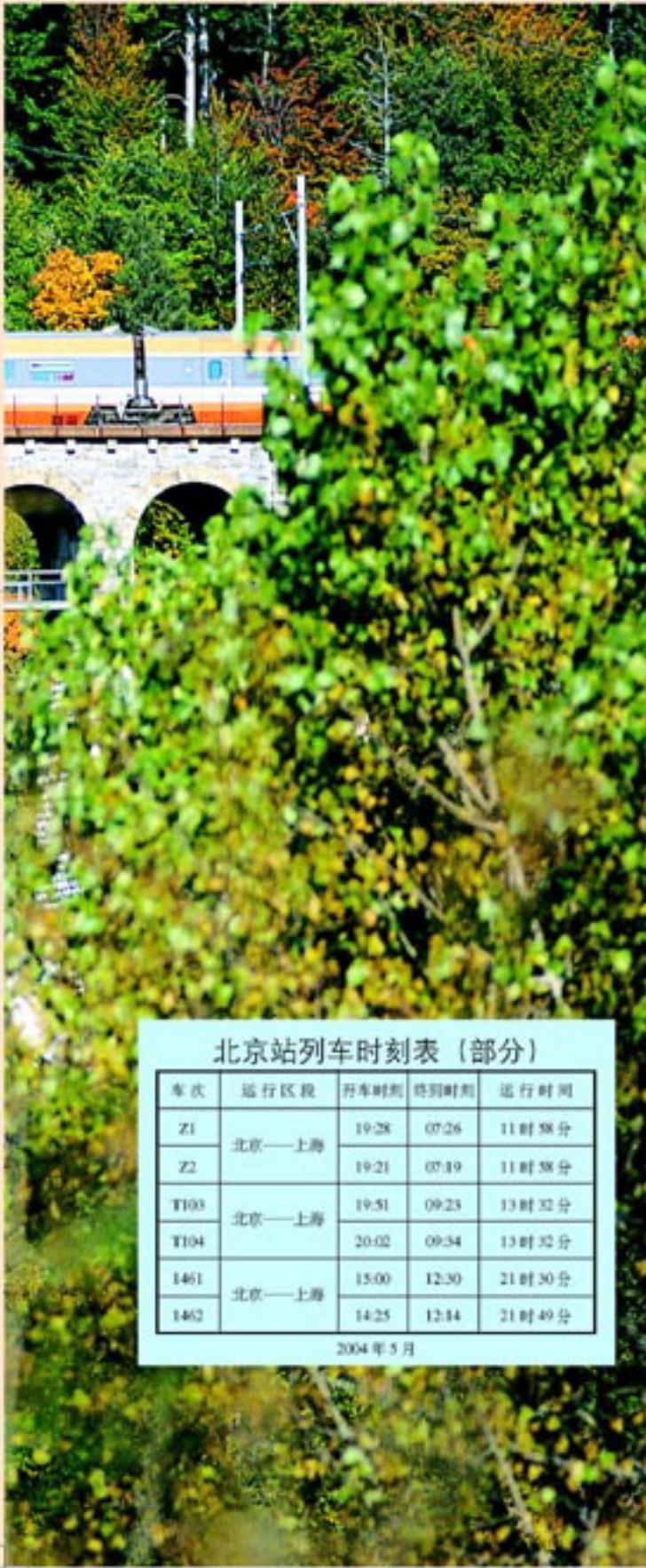
同一条铁路线上，不同车次列车的运行速度有快有慢，运行时间有长有短。但是，不管速度和时间如何变化，两者的乘积却是一个常数——两地之间的路程。

左表是京沪线列车运行时刻表（部分），各次列车运行的平均速度  $v$  与运行时间  $t$  有如下关系： $v = \frac{s}{t}$ ，其中常数  $s$  为北京至上海的路程。根据以前所学的知识我们知道，速度  $v$  与时间  $t$  成反比例。在本章，我们将从函数的角度出发研究这种反比例关系。

北京站列车时刻表 [部分]

车次	运行区段	开车时间	终到时间	运行时间
Z1	北京—上海	19:28	07:26	11时58分
Z2	北京—上海	19:21	07:19	11时58分
T103	北京—上海	19:51	09:23	13时32分
T104	北京—上海	20:02	09:34	13时32分
1461	北京—上海	15:00	12:30	21时30分
1462	北京—上海	14:25	12:14	21时49分

2004年5月



# 17.1 反比例函数

## 17.1.1 反比例函数的意义



### 思考

下列问题中，变量间的对应关系可用怎样的函数式表示？这些函数有什么共同特点？

- (1) 京沪线铁路全程为 1 463 km，乘坐某次列车所用时间  $t$  (单位：h) 随该次列车平均速度  $v$  (单位：km/h) 的变化而变化；
- (2) 某住宅小区要种植一个面积为 1 000 m<sup>2</sup>的矩形草坪，草坪的长  $y$  (单位：m) 随宽  $x$  (单位：m) 的变化而变化；
- (3) 已知北京市的总面积为  $1.68 \times 10^4$  平方千米，人均占有的土地面积  $S$  (单位：平方千米/人) 随全市总人口  $n$  (单位：人) 的变化而变化。



上述三个问题的函数表达式分别为：

$$t = \frac{1463}{v}, \quad y = \frac{1000}{x} \text{ 及 } S = \frac{1.68 \times 10^4}{n}.$$

在  $y = \frac{k}{x}$  中，自变量  $x$  是分式  $\frac{k}{x}$  的分母，当  $x = 0$  时，分式  $\frac{k}{x}$  无意义。

上述函数都具有  $y = \frac{k}{x}$  的形式，其中  $k$  是常数。一般地，形如  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数， $k \neq 0$ ) 的函数称为**反比例函数** (inverse proportional function)，其中  $x$  是自变量， $y$  是函数。自变量  $x$  的取值范围是不等于 0 的一切实数。

例如，在上面的思考 (1) 中，当路程一定 (1 463 km) 时， $t = \frac{1463}{v}$  表明时间  $t$  就是速度  $v$  的反比

例函数，当  $v$  取某个值时， $t$  就有一个值与之对应。

**例 1** 已知  $y$  是  $x$  的反比例函数，当  $x=2$  时， $y=6$ 。

- (1) 写出  $y$  与  $x$  的函数关系式；
- (2) 求当  $x=4$  时  $y$  的值。

**分析：**因为  $y$  是  $x$  的反比例函数，所以设  $y=\frac{k}{x}$ ，

再把  $x=2$  和  $y=6$  代入上式就可求出常数  $k$  的值。

**解：**(1) 设  $y=\frac{k}{x}$ ，因为当  $x=2$  时  $y=6$ ，所以有

$$6=\frac{k}{2}.$$

解得  $k=12$ 。

因此  $y=\frac{12}{x}$ 。

(2) 把  $x=4$  代入  $y=\frac{12}{x}$ ，得

$$y=\frac{12}{4}=3.$$

### 练习

1. 下列问题中，变量间的对应关系可用怎样的函数式表示？

- (1) 一个游泳池的容积为  $2000 \text{ m}^3$ ，注满游泳池所用的时间  $t$ （单位：h）随注水速度  $v$ （单位： $\text{m}^3/\text{h}$ ）的变化而变化；
- (2) 某立方体的体积为  $1000 \text{ cm}^3$ ，立方体的高  $h$ （单位： $\text{cm}$ ）随底面积  $S$ （单位： $\text{cm}^2$ ）的变化而变化；
- (3) 一个物体重  $100$  牛顿，物体对地面的压强  $p$  随物体与地面的接触面积  $S$  的变化而变化。

2. 下列哪个等式中的  $y$  是  $x$  的反比例函数？

$$y=4x, \frac{y}{x}=3, y=6x+1, xy=123.$$

3. 已知  $y$  是  $x$  的反比例函数，并且当  $x=3$  时  $y=-6$ 。

- (1) 写出  $y$  和  $x$  之间的函数关系式；
- (2) 求  $y=2$  时  $x$  的值。

力的单位为牛顿，1千克的物体重量为9.8牛顿。压强为单位面积上所受到的压力，单位为帕斯卡（即牛顿/米<sup>2</sup>）。

## 17.1.2 反比例函数的图象和性质

我们已经知道一次函数  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象是一条直线，那么反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k$  为常数,  $k \neq 0$ ) 的图象是什么样呢？我们现在就用“描点”的方法画反比例函数的图象，并利用图象对反比例函数的性质加以研究。

**例 2** 画出反比例函数  $y=\frac{6}{x}$  与  $y=-\frac{6}{x}$  的图象。

**解：**列表表示几组  $x$  与  $y$  的对应值（填空）：

你还记得如何用“描点”的方法画出函数的图象吗？

$x$	…	-6	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	6	…
$y=\frac{6}{x}$	…	-1	-1.2	-1.5	-2			6	3	2	1.5	1.2	…	
$y=-\frac{6}{x}$	…	1	1.2	1.5	2	3	6	-3	-2	-1.5	-1.2	-1	…	

描点连线：以表中各对对应值为坐标，画出各点，并用平滑的曲线顺次把这些点连接起来，就得到函数  $y=\frac{6}{x}$  与  $y=-\frac{6}{x}$  的图象（图 17.1-1）。

利用信息技术工具，可以很容易地画出反比例函数的图象。

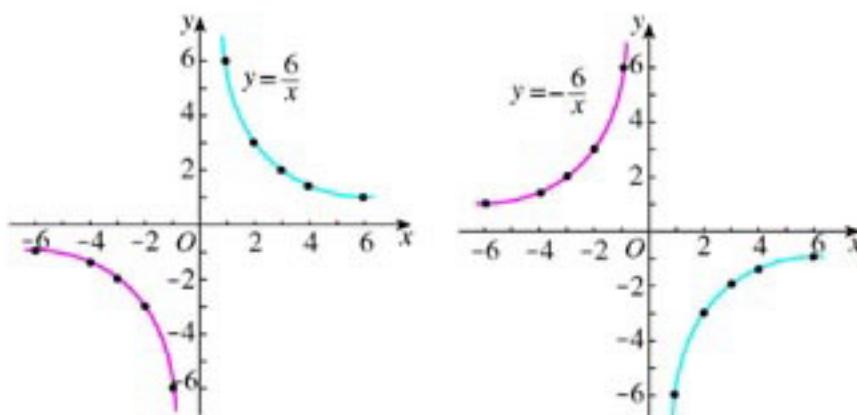


图 17.1-1



## 思考

反比例函数  $y = \frac{6}{x}$  与  $y = -\frac{6}{x}$  的图象有什么共同特征？它们之间有什么关系？

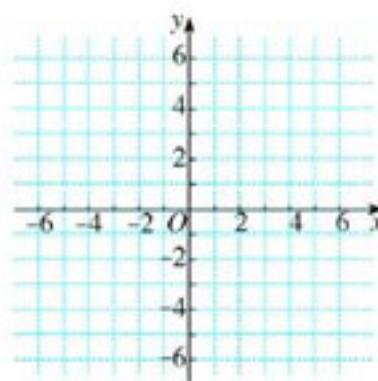
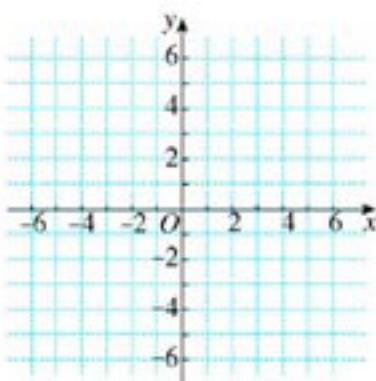
比较反比例函数  $y = \frac{6}{x}$  与  $y = -\frac{6}{x}$  的图象可以发现，它们都由两条曲线组成，并且随着  $x$  的不断增大（或减小），曲线越来越接近坐标轴。反比例函数的图象属于双曲线（hyperbola）。

反比例函数  $y = \frac{6}{x}$  与  $y = -\frac{6}{x}$  的图象关于  $x$  轴对称，也关于  $y$  轴对称。

### 练习

在下面的平面直角坐标系中画出反比例函数  $y = \frac{3}{x}$  与  $y = -\frac{3}{x}$  的图象。

（可以利用  $y = \frac{3}{x}$  与  $y = -\frac{3}{x}$  的图象之间的关系画出  $y = -\frac{3}{x}$  的图象。）



函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象  
在哪些象限由什么因素  
决定？它可能与  $x$  轴或  
 $y$  轴相交吗？

### 观察

观察函数  $y = \frac{6}{x}$  和  $y = -\frac{6}{x}$  以及  $y = \frac{3}{x}$  和  $y = -\frac{3}{x}$  的图象。

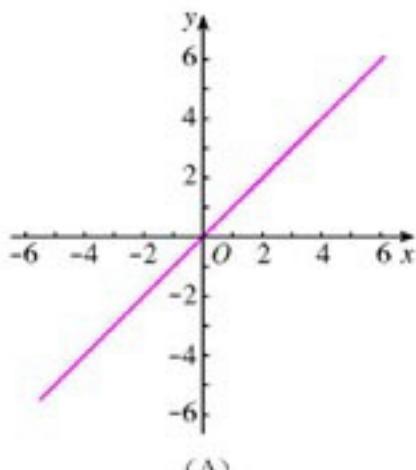
- (1) 你能发现它们的共同特征以及不同点吗？
- (2) 每个函数的图象分别位于哪几个象限？
- (3) 在每一个象限内， $y$  随  $x$  的变化如何变化？

### 归 纳

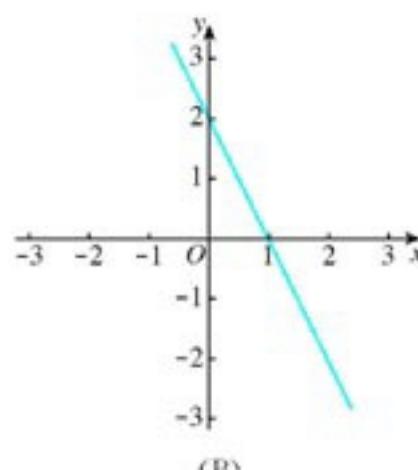
- (1) 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数， $k \neq 0$ ) 的图象是双曲线；
- (2) 当  $k > 0$  时，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每个象限内  $y$  值随  $x$  值的增大而减小；
- (3) 当  $k < 0$  时，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每个象限内  $y$  值随  $x$  值的增大而增大。

### 练习

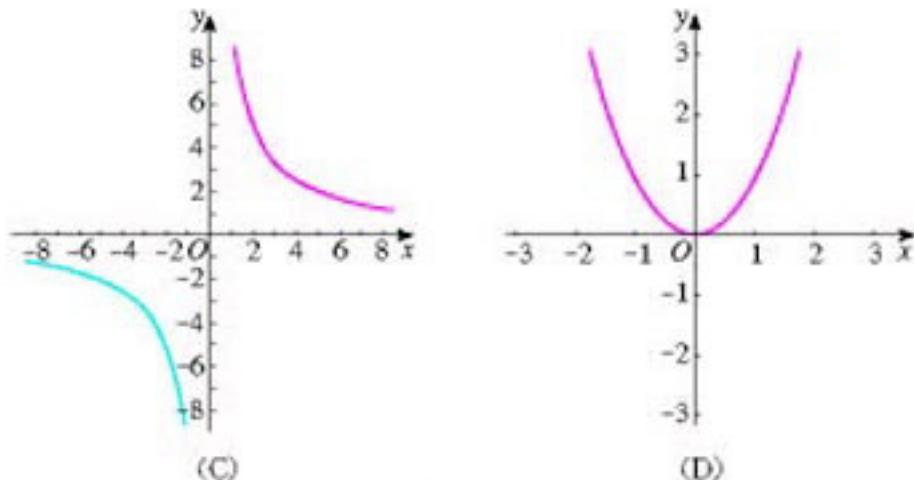
1. 请指出下面的图象中哪一个反比例函数的图象。



(A)



(B)

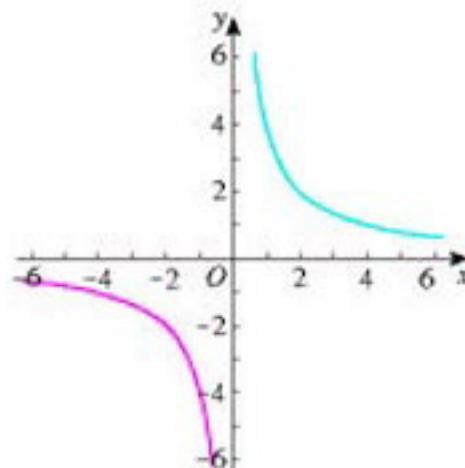


(第1题)

2. 如图, 这是下列四个函数中哪一个

函数的图象?

- (A)  $y=5x$ .
- (B)  $y=2x+3$ .
- (C)  $y=\frac{4}{x}$ .
- (D)  $y=-\frac{3}{x}$ .



(第2题)

**例3** 已知反比例函数的图象经过点  $A(2,6)$ .

(1) 这个函数的图象分布在哪些象限?  $y$  随  $x$  的增大如何变化?

(2) 点  $B(3,4)$ 、 $C(-2\frac{1}{2}, -4\frac{4}{5})$  和  $D(2,5)$  是否在这个函数的图象上?

**解:** (1) 设这个反比例函数为  $y=\frac{k}{x}$ , 因为它经过点  $A$ , 把点  $A$  的坐标  $(2,6)$  代入函数式, 得

$$6=\frac{k}{2},$$

解得

$$k=12.$$

这个反比例函数的表达式为  $y = \frac{12}{x}$ .

因为  $k > 0$ , 所以这个函数的图象在第一、第三象限, 在每个象限内,  $y$  随  $x$  的增大而减小.

(2) 把点  $B$ 、 $C$  和  $D$  的坐标代入  $y = \frac{12}{x}$ , 可知点  $B$ 、点  $C$  的坐标满足函数关系式, 点  $D$  的坐标不满足函数关系式, 所以点  $B$ 、点  $C$  在函数  $y = \frac{12}{x}$  的图象上, 点  $D$  不在这个函数的图象上.

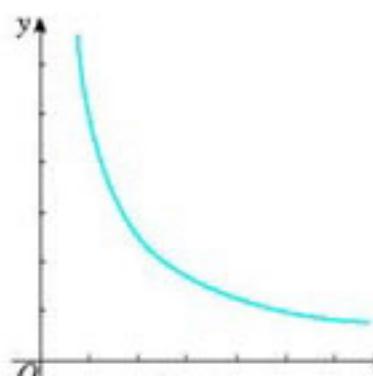


图 17.1-2

**例 4** 图 17.1-2 是反比例函数  $y = \frac{m-5}{x}$  的图象的一支. 根据图象回答下列问题:

- (1) 图象的另一支在哪个象限? 常数  $m$  的取值范围是什么?
- (2) 在图 17.1-2 的图象上任取点  $A(a, b)$  和点  $B(a', b')$ . 如果  $a > a'$ , 那么  $b$  和  $b'$  有怎样的大小关系?

**解:** (1) 反比例函数图象的分布只有两种可能, 分布在第一、第三象限, 或者分布在第二、第四象限. 这个函数的图象的一支在第一象限, 则另一支必在第三象限.

因为这个函数的图象分布在第一、第三象限, 所以

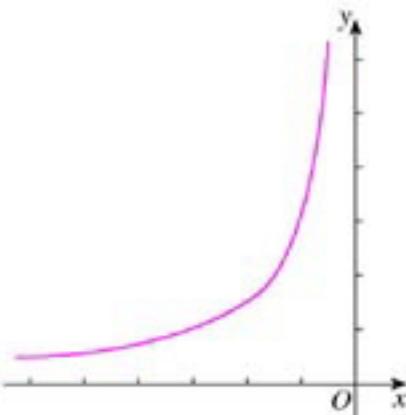
$$m-5 > 0$$

解得  $m > 5$ .

(2) 由函数的图象可知, 在双曲线的一支上,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 所以当  $a > a'$  时  $b < b'$ .

### 练习

1. 已知一个反比例函数的图象经过点  $A(3, -4)$ 。
  - (1) 这个函数的图象分布在哪些象限？在图象的每一支上， $y$  随  $x$  的增大如何变化？
  - (2) 点  $B(-3, 4)$ 、点  $C(-2, 6)$  和点  $D(3, 4)$  是否在这个函数的图象上？
2. 右图是反比例函数  $y = \frac{n+7}{x}$  的图象的一支，根据图象回答下列问题：
  - (1) 图象的另一支在哪个象限？常数  $n$  的取值范围是什么？
  - (2) 在图象上任取点  $A(a, b)$  和点  $B(a', b')$ ，如果  $a < a'$ ，那么  $b$  和  $b'$  有怎样的大小关系？



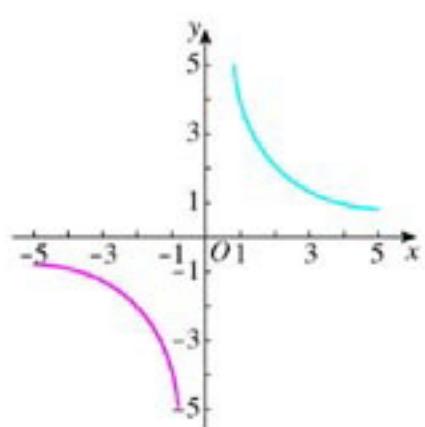
(第 2 题)

## 习题 17.1

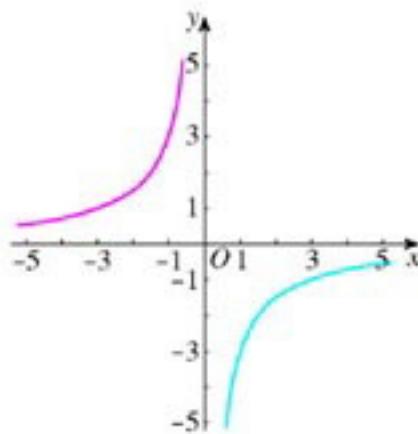
### 复习巩固

1. 写出下列函数关系式，并指出它们各是什么函数：
  - (1) 体积是常数  $V$  时，圆柱的底面积  $S$  与高  $h$  的关系；
  - (2) 柳树乡共有耕地  $S$  公顷，该乡人均耕地面积  $y$  与全乡总人口  $x$  的关系。
2. 指出下列函数中哪一个反比例函数并指出其  $k$  值。

(A)  $y = \frac{x}{2}$ , (B)  $y = -\frac{\sqrt{5}}{3x}$ , (C)  $y = x^2$ , (D)  $y = 2x + 1$ .
3. 填空：
  - (1) 已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象如图所示，则  $k$  \_\_\_\_\_ 0，在图象的每一支上， $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_\_；



(第3(1)题)



(第3(2)题)

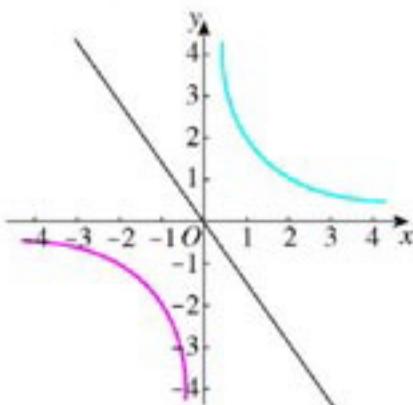
- (2) 已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象如图所示, 则  $k \quad 0$ , 在图象的每一支上,  $y$  随  $x$  的增大而\_\_\_\_\_;
- (3) 点  $(1, 3)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上, 则  $k = \quad$ , 在图象的每一支上,  $y$  随  $x$  的增大而\_\_\_\_\_.
4. 如果  $y$  是  $x$  的反比例函数, 那么  $x$  也是  $y$  的反比例函数吗?

### 综合运用 ►►

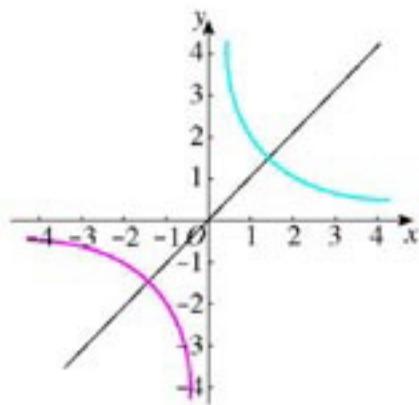
5. 如果  $y$  是  $z$  的反比例函数,  $z$  是  $x$  的反比例函数, 那么  $y$  与  $x$  具有怎样的函数关系?
6. 如果  $y$  是  $z$  的反比例函数,  $z$  是  $x$  的正比例函数, 那么  $y$  与  $x$  具有怎样的函数关系?
7. 正比例函数  $y = x$  的图象与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象有一个交点的纵坐标是 2, 求
- $x = -3$  时反比例函数  $y$  的值;
  - 当  $-3 < x < -1$  时反比例函数  $y$  的取值范围.

### 拓广探索 ►►

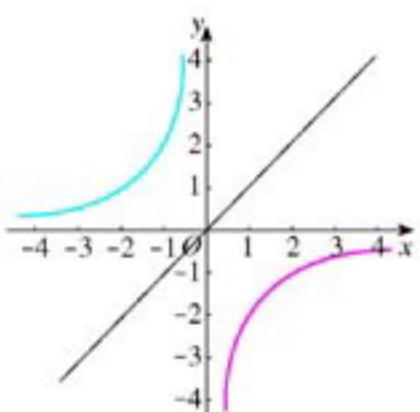
8. 指出下列图象中哪些是  $y = kx$  与  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 在同一平面直角坐标系中的图象.



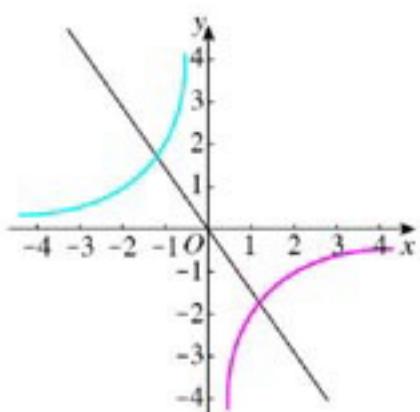
(A)



(B)



(c)



(D)

(第 8 題)

9. 已知反比例函数  $y = \frac{w-\sqrt{2}}{x}$  的图象的一支在第一象限.

  - 图象的另一支在哪个象限? 常数  $w$  的取值范围是什么?
  - 在这个函数图象的一条曲线上任取点  $A(a, b)$  和点  $B(a', b')$ . 如果  $b > b'$ , 那么  $a$  与  $a'$  有怎样的大小关系?



信息技术应用

选学

## 探索反比例函数的性质

同学们已经学会了用“描点”的方法来画反比例函数的图象，如果描出的点越多，画出的函数图象就越准确。利用计算机可以画出精确度很高的反比例函数的图象，而且画图的速度也非常快。

图1就是用计算机中的制图软件画出的反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象.

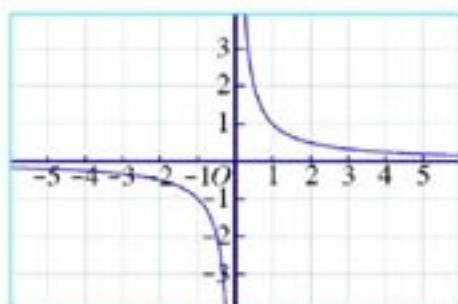


图 1

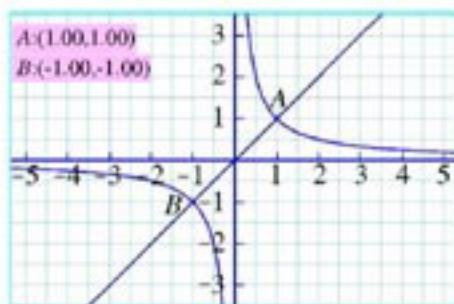


图 2

制图软件不但能帮助我们画出反比例函数的图象，而且能帮助我们研究反比例函数的性质。

如图 2，在反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象上选定  $A(1, 1)$ 、 $B(-1, -1)$  两点，过  $A$ 、 $B$  两点作一条直线，即正比例函数  $y=x$  的图象。

如图 3，把直线  $y=x$  选定为对称轴，在反比例函数  $y=\frac{1}{x}$  的图象上任意选取一点  $C$ ，再作点  $C$  关于直线  $y=x$  的称点，可以看出，对称点  $C'$  也在反比例函数  $y=\frac{1}{x}$  的图象上。对比点  $C$  和点  $C'$  的坐标，看一看它们有什么关系。当拖动  $C$  点在反比例函数  $y=\frac{1}{x}$  的图象上运动时，可以看到  $C'$  点也在反比例函数  $y=\frac{1}{x}$  的图象上运动。

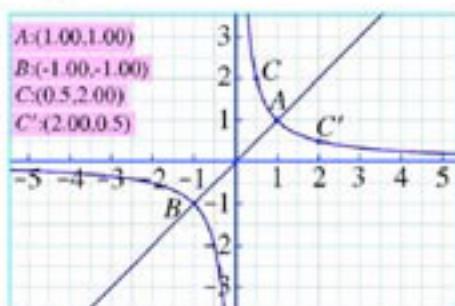


图 3

通过上述的观察，可以发现，反比例函数  $y=\frac{1}{x}$  的图象关于直线  $y=x$  轴对称。

你能否按照上面的方法验证一下，反比例函数  $y=\frac{1}{x}$  的图象也关于直线  $y=-x$  对称？

现在，你是否能够得出这样的结论：反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象关于直线  $y=\pm x$  对称。

在同一直角坐标系内，画出  $k=1, 2, 3, 4, 5, 6$  时反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象，则可以得到如图 4 中的图象。

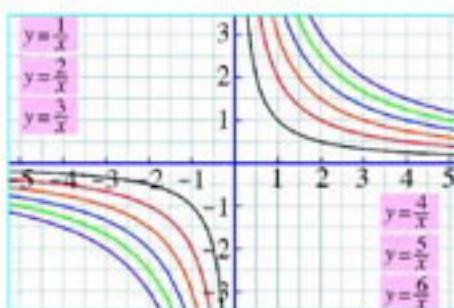


图 4

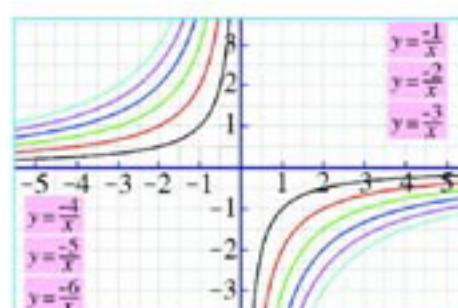


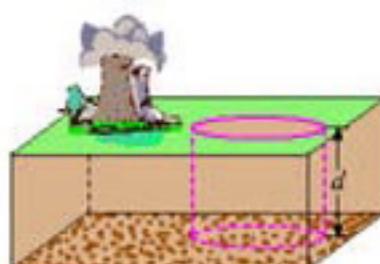
图 5

把  $k=-1, -2, -3, -4, -5, -6$  时反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象画在同一直角坐标系内，就可以得到如图 5 中的图象。

从图 4 和图 5 中的图象你能发现什么规律？随着  $|k|$  的增大，反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  图象的位置相对于坐标原点是越来越远还是越来越近？

## 17.2 实际问题与反比例函数

前面我们结合实际问题讨论了反比例函数，看到了反比例函数在分析和解决实际问题中所起的作用。下面我们进一步探讨如何利用反比例函数解决实际问题。



**例1** 市煤气公司要在地下修建一个容积为 $10^4\text{ m}^3$ 的圆柱形煤气储存室。

(1) 储存室的底面积  $S$  (单位:  $\text{m}^2$ ) 与其深度  $d$  (单位:  $\text{m}$ ) 有怎样的函数关系?

(2) 公司决定把储存室的底面积  $S$  定为  $500\text{ m}^2$ , 施工队施工时应该向下掘进多深?

(3) 当施工队按(2)中的计划掘进到地下  $15\text{ m}$  时, 碰上了坚硬的岩石。为了节约建设资金, 公司临时改变计划, 把储存室的深改为  $15\text{ m}$ , 相应的, 储存室的底面积应改为多少才能满足需要 (保留两位小数)?

**解:** (1) 根据圆柱体的体积公式, 我们有

$$S \cdot d = 10^4,$$

变形得

$$S = \frac{10^4}{d},$$

即储存室的底面积  $S$  是其深度  $d$  的反比例函数。

(2) 把  $S=500$  代入  $S=\frac{10^4}{d}$ , 得

$$500 = \frac{10^4}{d},$$

解得

$$d = 20.$$

如果把储存室的底面积定为  $500 \text{ m}^2$ , 施工时应向地下掘进  $20 \text{ m}$  深.

(3) 根据题意, 把  $d=15$  代入  $S=\frac{10^4}{d}$ , 得

$$S=\frac{10^4}{15},$$

解得  $S\approx666.67$ .

当储存室的深为  $15 \text{ m}$  时, 储存室的底面积应改为  $666.67 \text{ m}^2$  才能满足需要.



**例 2** 码头工人以每天 30 吨的速度往一艘轮船上装载货物, 把轮船装载完毕恰好用了 8 天时间.

(1) 轮船到达目的地后开始卸货, 卸货速度  $v$  (单位: 吨/天) 与卸货时间  $t$  (单位: 天) 之间有怎样的函数关系?

(2) 由于遇到紧急情况, 船上的货物必须在不超过 5 日内卸载完毕, 那么平均每天至少要卸多少吨货物?

**分析:** 根据装货速度  $\times$  装货时间 = 货物的总量, 可以求出轮船装载货物的总量; 再根据卸货速度 = 货物的总量  $\div$  卸货时间, 得到  $v$  与  $t$  的函数式.

**解:** (1) 设轮船上的货物总量为  $k$  吨, 则根据已知条件有

$$k=30\times 8=240.$$

所以  $v$  与  $t$  的函数式为

$$v=\frac{240}{t}.$$

(2) 把  $t=5$  代入  $v=\frac{240}{t}$ , 得

$$v=\frac{240}{5}=48.$$

从结果可以看出, 如果全部货物恰好用 5 天卸完, 则平均每天卸载 48 吨. 若货物在不超过 5 天内卸完, 则平均每天至少要卸货 48 吨.



给我一个支点，我可以  
把地球撬动。  
——阿基米德

公元前3世纪，古希腊科学家阿基米德发现了著名的“杠杆定律”：若两物体与支点的距离反比于其重量，则杠杆平衡。通俗一点可以描述为：  
阻力×阻力臂=动力×动力臂（图17.2-1）。



图17.2-1

**例3** 小伟欲用撬棍撬动一块大石头，已知阻力和阻力臂不变，分别为1200牛顿和0.5米。

- (1) 动力F与动力臂l有怎样的函数关系？当动力臂为1.5米时，撬动石头至少需要多大的力？
- (2) 若想使动力F不超过题(1)中所用力的一半，则动力臂至少要加长多少？

**解：**(1) 根据“杠杆定律”有

$$Fl = 1200 \times 0.5,$$

得  $F = \frac{600}{l}.$

当  $l = 1.5$  时，

$$F = \frac{600}{1.5} = 400.$$

因此撬动石头至少需要400牛顿的力。

(2) 根据“杠杆定律”有

$$Fl = 600,$$

$$l = \frac{600}{F}.$$

当  $F = 400 \times \frac{1}{2} = 200$  时，

$$l = \frac{600}{200} = 3,$$

$$3 - 1.5 = 1.5 \text{ (米)}.$$

因此，若想用力不超过400牛顿的一半，则动力臂至少要加长1.5米。



用反比例函数的知识解释：在我们使用撬棍时，为什么动力臂越长就越省力？

电学知识告诉我们，用电器的输出功率  $P$ (瓦)、两端的电压  $U$ (伏)及用电器的电阻  $R$ (欧姆)有如下关系： $PR=U^2$ . 这个关系也可写为  $P= \underline{\hspace{2cm}}$ ，或  $R= \underline{\hspace{2cm}}$ .

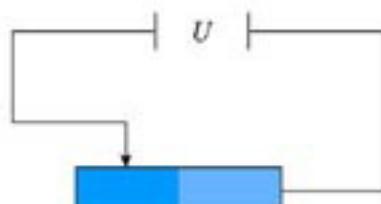


图 17.2-2

**例 4** 一个用电器的电阻是可调节的，其范围为 110~220 欧姆. 已知电压为 220 伏，这个用电器的电路图如图 17.2-2 所示.

- (1) 输出功率  $P$  与电阻  $R$  有怎样的函数关系?
- (2) 用电器输出功率的范围多大?

**解：**(1) 根据电学知识，当  $U=220$  时，有

$$P=\frac{220^2}{R}, \quad ①$$

即输出功率  $P$  是电阻  $R$  的反比例函数，函数式为

$$P=\frac{220^2}{R}.$$

(2) 从①式可以看出，电阻越大则功率越小.

把电阻的最小值  $R=110$  代入①式，得到输出功率的最大值：

$$P=\frac{220^2}{110}=440.$$

把电阻的最大值  $R=220$  代入①式，则得到输出功率的最小值：

$$P=\frac{220^2}{220}=220.$$

因此用电器的输出功率在 220 瓦到 440 瓦之间.

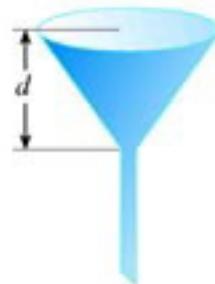


## 思考

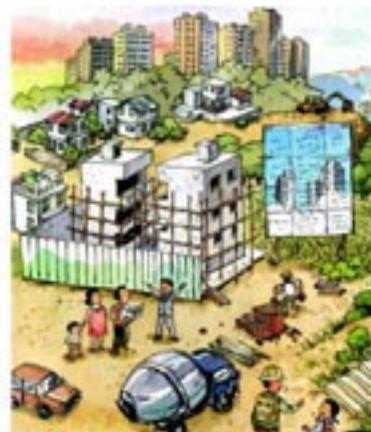
结合例4，想一想为什么收音机的音量、台灯的亮度以及电风扇的转速可以调节？音量、亮度及转速随\_\_\_\_\_的减小而增大，随\_\_\_\_\_的增大而减小。

### 练习

1. 如图，某玻璃器皿制造公司要制造一种容积为1升（1升=1立方分米）的圆锥形漏斗。
  - (1) 漏斗口的面积 $S$ 与漏斗的深 $d$ 有怎样的函数关系？
  - (2) 如果漏斗口的面积为100厘米<sup>2</sup>，则漏斗的深为多少？
2. 一司机驾驶汽车从甲地去乙地，他以80千米/时的平均速度用6小时到达目的地。
  - (1) 当他按原路匀速返回时，汽车的速度 $v$ 与时间 $t$ 有怎样的函数关系？
  - (2) 如果该司机必须在4个小时之内回到甲地，则返程时的速度不能低于多少？
3. 新建成的住宅楼主体工程已经竣工，只剩下楼体外表面需要贴瓷砖，已知楼体外表面的面积为 $5 \times 10^3$  m<sup>2</sup>。
  - (1) 所需的瓷砖块数 $n$ 与每块瓷砖的面积 $S$ 有怎样的函数关系？
  - (2) 为了使住宅楼的外观更漂亮，开发商决定采用灰、白和蓝三种颜色的瓷砖，每块瓷砖的面积都是80 cm<sup>2</sup>，灰、白、蓝瓷砖使用比例为2:2:1，则需要三种瓷砖各多少块？



(第1题)



## 习题 17.2

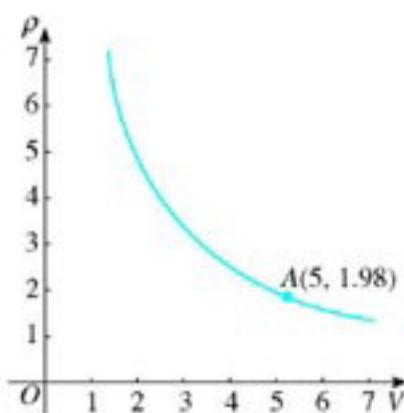
### 复习巩固 ►►

- 请举出一个生活中反比例函数应用的事例.
- 某农业大学计划修建一块面积为 $2 \times 10^6 \text{ m}^2$ 的长方形试验田.
  - 试验田的长  $y$  (单位: m) 与宽  $x$  (单位: m) 的函数关系式是什么?
  - 如果把试验田的长与宽的比定为  $2:1$ , 则试验田的长与宽分别为多少?
- 小艳家用购电卡购买了 1 000 度电, 那么这些电所够使用的天数  $m$  与小艳家平均每天的用电度数  $n$  有怎样的函数关系? 如果平均每天用电 4 度, 这些电可以用多长时间?
- 已知经过闭合电路的电流  $I$  与电路的电阻  $R$  是反比例函数关系, 请填下表 (精确到两位小数):

$I/\text{安}$	1	2	3	4	5							
$R/\text{欧}$						20	25	30	50	65	80	90

### 综合运用 ►►

- 在一个可以改变体积的密闭容器内装有一定质量的二氧化碳, 当改变容器的体积时, 气体的密度也会随之改变. 密度  $\rho$  是体积  $V$  的反比例函数, 它的图象如图所示:
  - 求密度  $\rho$  (单位:  $\text{kg}/\text{m}^3$ ) 与体积  $V$  (单位:  $\text{m}^3$ ) 之间的函数表达式;
  - 求当  $V=9 \text{ m}^3$  时二氧化碳的密度  $\rho$ .



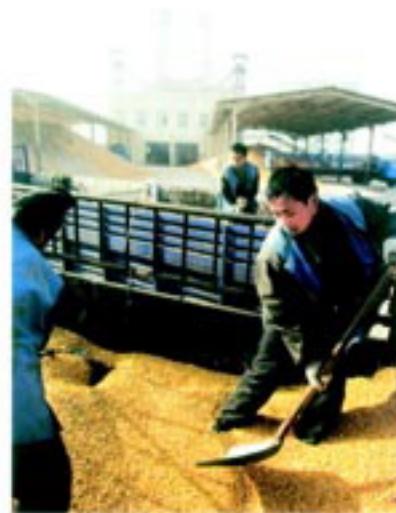
(第 5 题)

6. 红星粮库需要把晾晒场上的 1 200 吨玉米入库封存.

(1) 入库所需的时间  $t$  (单位: 天) 与入库速度  $v$  (单位: 吨/天) 有怎样的函数关系?

(2) 粮库有职工 60 名, 每天最多可入库 300 吨玉米, 预计玉米入库最快可在几日内完成?

(3) 粮库的职工连续工作了两天后, 天气预报说在未来的几天很可能会下雨, 粮库决定次日把剩下的玉米全部入库. 需要增加多少人帮忙才能完成任务?



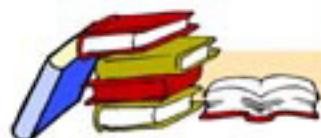
### 拓广探索 ►►

7. 某汽车油箱的容积为 70 升, 小王把油箱注满油后准备驾驶汽车从县城到 300 千米外的省城接客人, 在接到客人后立即按原路返回, 请回答下列问题:

(1) 油箱注满油后, 汽车行驶的总路程  $a$  (单位: 千米) 与每千米平均耗油量  $b$  (单位: 升) 之间有怎样的函数关系?

(2) 小王以经济速度驾驶汽车到达省城, 已知汽车以经济速度行驶时每千米耗油量为 0.1 升. 在返程时由于下雨, 小王降低了车速, 此时每行驶 1 千米的耗油量增加了一倍, 如果小王一直以此速度行驶, 油箱里的油是否够回到县城? 如果不够用, 至少需要加多少油 (精确到 1 升)?

●  
“经济速度”就是使得耗油量 $\div$ 路程的值最小的行驶速度, 有时也称为“巡航速度”.



### 阅读与思考

选学

## 生活中的反比例关系

如果你细心观察一下就会发现, 日常生活中存在着许多两个量之间具有反比例关系的例子.

你一定熟悉这种现象: 生活中常用的刀具, 使用一段时间后就会变钝, 用起来很费劲, 如果把刀刃磨细, 刀具就会锋利起来, 你知道这是为什么吗? 解释这个现象需要考虑

压强与受力面积之间的关系。压力作用的效果不仅与压力的大小有关，还与受力面积的大小有关，比较压力作用的效果需要比较压强。压强就是单位面积上受到的压力，压强的计算公式为

$$p = \frac{F}{S}.$$

其中  $p$  是压强， $F$  是压力， $S$  是受力面积。从上式可以看出，当压力一定时，压强与受力面积成反比例关系。使用刀具时，刀刃磨得越锋利，即刀刃与物体的接触面积  $S$  越小，压强  $p$  就会越大，我们就会感觉刀具越好用。

根据压强与受力面积的反比例关系，你能解释为什么重型坦克、推土机要在轮子上安装又宽又长的履带？为什么大型载重卡车装有许多车轮？



充满气体的气球能够用脚踩爆，这是为什么呢？原来这里涉及到气体压强与体积之间的关系。当一个容器装有一定质量的气体时，运动的气体分子碰撞容器壁会对容器产生压强，在温度恒定的情况下，气体的压强  $p$  与气体体积  $V$  成反比例关系，气体的压强会随气体体积的减小（增大）而增大（减小）。当气球充满气体时，如果用脚踩气球，就会使气球的体积变小，从而使气体的压强增大，最后导致气球爆裂。

利用气体压强与体积之间的这种反比例关系，你能解释为什么超载的车辆很容易爆胎？为什么医生能够用注射器把药瓶中的药液吸出来？

同学们一定有这样的感受，一辆汽车在空载的情况下行驶的速度很快，但是在汽车满载时速度却明显减小了，这是为什么呢？这里涉及到汽车的行驶速度与汽车所受阻力之间的反比例关系。设汽车的输出功率为  $P$ ，行驶速度为  $v$ ，所受阻力为  $F$ ，三者之间满足关系

$$v = \frac{P}{F},$$

从上面的式子可以看出，当汽车的输出功率  $P$  一定时，汽车的负载越大，阻力  $F$  就越大，则行驶速度  $v$  就会越小。

你还能举出生活中可以用反比例关系解释的事例吗？

P是英文单词功率“power”的首字母，有时我们也用“马力”作为汽车功率的单位，1马力=735瓦。



## 数学活动

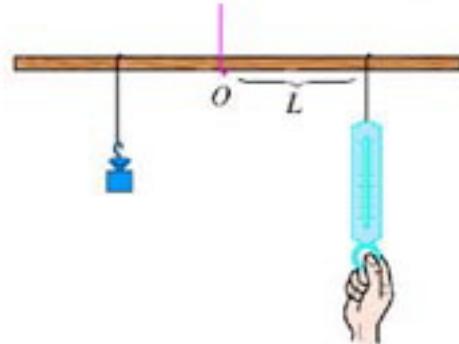
**活动1** 请同学们完成下表，再按照表中的数据在纸上画出10个面积相等的长方形，其中 $\angle A$ 为10个长方形的公共角。

长/cm	2	4	6	8	10				
宽/cm				10	9	7	5	3	1

在10个长方形都画完后，取 $\angle A$ 的10个对角的顶点，然后把这10个点用光滑的曲线连接起来。

这条曲线是反比例函数图象的一支吗，为什么？

**活动2** 如右图，取一根长100 cm的匀质木杆，用细绳绑在木杆的中点O并将其吊起来，在中点的左侧距离中点25 cm处挂一个重9.8牛顿的物体，在中点右侧用一个弹簧秤向下拉。改变弹簧称与中点O的距离L(单位：cm)，看弹簧秤的示数F(单位：牛顿)有什么变化，填下表：



L/cm	1	10	15	20	25	30	35	40	45
F/牛顿									

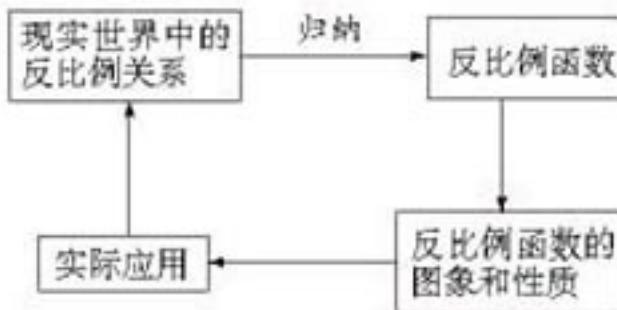
以L为横坐标，以F为纵坐标建立直角坐标系，在坐标系内描出以上表中的数对为坐标的各点，用光滑曲线连接这些点。

这条曲线是反比例函数图象的一支吗？为什么？

点(5, 49)在这条曲线上吗？

## 小结

### 一、本章知识结构图



### 二、回顾与思考

1. 举例说明什么是反比例函数.
2. 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象是什么样的? 反比例函数有什么性质?
3. 你能列举几个现实生活中应用反比例函数性质的实例吗?
4. 结合本章的内容, 请你谈一谈对数形结合解决问题的体会.

## 复习题 17

### 复习巩固

1. 用式子表示下列函数：

- (1) 三角形的面积是  $12 \text{ cm}^2$ , 它的底边  $a$  (单位:  $\text{cm}$ ) 是这个底边上的高  $h$  (单位:  $\text{cm}$ ) 的函数;
- (2) 圆锥的体积是  $50 \text{ cm}^3$ , 它的高  $h$  (单位:  $\text{cm}$ ) 是底面面积  $S$  (单位:  $\text{cm}^2$ ) 的函数.

2. 填空:

对于函数  $y = \frac{3}{x}$ , 当  $x > 0$  时,  $y$  \_\_\_\_  $0$ , 这部分图象在第 \_\_\_\_ 象限; 对于函数  $y = -\frac{3}{x}$ , 当  $x < 0$  时,  $y$  \_\_\_\_  $0$ , 这部分图象在第 \_\_\_\_ 象限.

3. 填空:

- (1) 函数  $y = \frac{10}{x}$  的图象在第 \_\_\_\_ 象限内, 在每一个象限内,  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_;
- (2) 函数  $y = -\frac{10}{x}$  的图象在第 \_\_\_\_ 象限内, 在每一个象限内,  $y$  随  $x$  的增大而 \_\_\_\_.

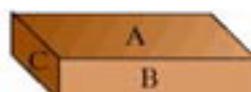
4. 下面哪个等式中的  $y$  是  $x$  的反比例函数?

- (A)  $y = \frac{1}{x^2}$ .      (B)  $yx = -\sqrt{3}$ .      (C)  $y = \frac{1}{5x}$ .      (D)  $\sqrt{x} = \frac{1}{y}$ .

### 综合运用

5. 在反比例函数  $y = \frac{k-1}{x}$  的图象的每一条曲线上,  $y$  都随  $x$  的增大而减小, 求  $k$  的取值范围.

6. 如图, 一块砖的 A、B、C 三个面的面积之比是  $4 : 2 : 1$ , 如果把砖的 B 面向下放在地上时地面所受压强为  $a$  帕, 则把砖 A 面和 C 面分别向下放在地上, 地面所受压强分别为多大?



(第 6 题)

7. 已知某品牌电视机的寿命大约为  $2 \times 10^4$  小时.

- (1) 这个电视机可观看的天数  $d$  与平均每日所看的小时数  $t$  之间具有怎样的函数关系?
- (2) 如果平均每天看电视 3 小时, 则这个电视机大约可使用多少年?

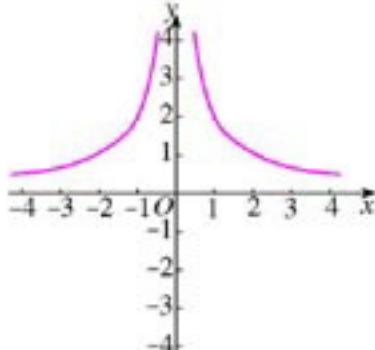
**拓广探索** ►►

8. 两个不同的反比例函数的图象是否相交, 为什么?

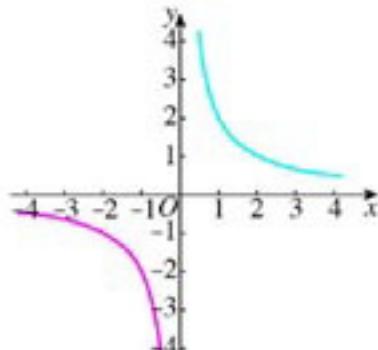
9. 在同一直角坐标系中, 正比例函数  $y=k_1x$  与反比例函数  $y=\frac{k_2}{x}$  没有交点, 请确定两个常数的乘积  $k_1k_2$  的取值范围.

10. 指出下列函数的图象:

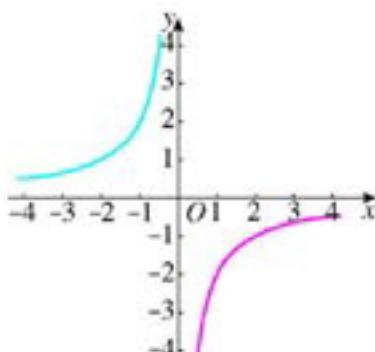
(1)  $y=\frac{2}{x}$ ; (2)  $y=\frac{2}{|x|}$ ; (3)  $y=-\frac{2}{x}$ ; (4)  $y=-\frac{2}{|x|}$ .



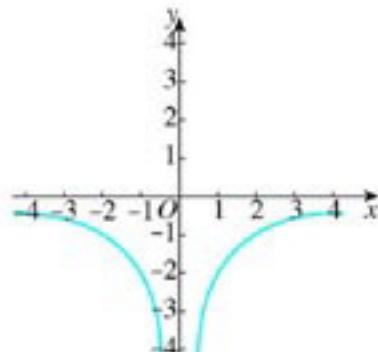
(A)



(B)



(C)



(D)

(第 10 题)

11. 市政府计划建设一项水利工程, 工程需要运送的土石方总量为  $10^5$  米<sup>3</sup>, 某运输公司承办了该项工程运送土石方的任务.

- (1) 运输公司平均每天的工作量  $v$  (单位: 米<sup>3</sup>/天) 与完成运送任务所需的时间  $t$  (单位: 天) 之间具有怎样的函数关系?



- (2) 这个运输公司共有 100 辆卡车，每天一共可运送土石方  $10^4$  立方米，则公司完成全部运输任务需要多长时间？
- (3) 当公司以问题 (2) 中的速度工作了 40 天后，由于工程进度的需要，剩下的所有运输任务必须在 50 天内完成，公司至少需要再增加多少辆卡车才能按时完成任务（结果精确到个位）？